TESIS SS14-2501

PENAKSIRAN DAN PENGUJIAN HIPOTESIS PARAMETER MODEL REGRESI BINOMIAL NEGATIF BIVARIAT

Studi Kasus : Jumlah Kematian Bayi dan Jumlah Kematian Ibu di Provinsi Jawa Timur Tahun 2013

UNTUNG KURNIAWAN
NRP. 1313 201 708

DOSEN PEMBIMBING
Dr. Purhadi, M.Sc

PROGRAM MAGISTER
JURUSAN STATISTIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER
SURABAYA
2015

THESIS SS14-2501

ESTIMATION PARAMETERS AND TESTING HYPOTHESES FOR THE BIVARIATE NEGATIVE BINOMIAL REGRESSION MODEL

Case Study : Number of Infant Mortality and Maternal Mortality in East Java Province 2013

UNTUNG KURNIAWAN
NRP. 1313 201 708

ADVISOR
Dr. Purhadi, M.Sc

PROGRAM MAGISTER
JURUSAN STATISTIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER
SURABAYA
2015

PENAKSIRAN DAN PENGUJIAN HIPOTESIS PARAMETER MODEL REGRESI BINOMIAL NEGATIF BIVARIAT
(Studi Kasus Jumlah Kematian Bayi dan Jumlah Kematian Ibu di Provinsi Jawa Timur tahun 2013)

Tesis disusun untuk memenuhi salah satu syarat memperoleh gelar
Magister Sains (M.Si)
di
Institut Teknologi Sepuluh November
Oleh :

UNTUNG KURNIAWAN
NRP. 1313 201 708

Tanggal Ujian : 15 Januari 2015
Periode Wisuda : Maret 2015

Disetujui Oleh:

1. Dr. Purhadi, M.Sc (Pembimbing)
NIP. 19620204 198701 1 001

2. Dr. I Nyoman Latra, M.S (Penguji)
NIP. 19511130 197901 1 001

3. Dr. Tiodora Hadumaon Siagian, M. Pop. Hum. Res (Penguji)
NIP. 19700112 199112 2 001

Direktur Pascasarjana

Prof. Dr. Ir. Adi Soeprijanto, MT.
NIP. 19640405 199002 1 001

KEMENTERIAN PENDIDIKAN DAN KEBUDAYAAN INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER PROGRAM PASCASARJANA

PENAKSIRAN DAN PENGUJIAN HIPOTESIS PARAMETER MODEL REGRESI BINOMIAL NEGATIF BIVARIAT
Studi Kasus : Jumlah Kematian Bayi dan Kematian Ibu di Propinsi Jawa Timur Tahun 2013

Nama : Untung Kurniawan
NRP : 1313 201 708
Pembimbing : Dr. Purhadi, M.Sc

ABSTRAK

Data *count* adalah data yang berupa bilangan bulat non-negatif. Analisis regresi yang biasa digunakan untuk variabel respon yang berupa data *count* adalah regresi poisson. Regresi poisson memerlukan asumsi bahwa *mean* pada variabel respon sama dengan variansinya. Jika asumsi tersebut dilanggar yaitu pada saat variansi lebih besar dibanding *mean* maka disebut kondisi overdispersi. Overdispersi pada regresi poisson dapat membuat *standard error* dari taksiran parameter regresi cenderung lebih rendah dari seharusnya, sehingga menghasilkan kesimpulan yang tidak valid. Model regresi poisson bivariat digunakan untuk sepasang data *count* yang berkorelasi. Sama seperti pada model regresi poisson univariat, pada model regresi poisson bivariat juga terjadi overdispersi. Model regresi binomial negatif bivariat merupakan salah satu model yang dapat digunakan saat terjadi overdispersi pada data *count*. Tujuan dari penelitian ini untuk mengkaji penaksir parameter dan bentuk statistik uji model regresi binomial negatif bivariat, dan mengetahui faktor yang berpengaruh terhadap jumlah kematian bayi dan kematian ibu. Data yang digunakan adalah data jumlah kematian bayi dan ibu di Propinsi Jawa Timur Tahun 2013. Penaksiran parameter dilakukan dengan menggunakan metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) melalui iterasi *Newton-Raphson*. Metode pengujian parameter yang digunakan adalah *Maximum Likelihood Ratio Test.* Pengujian parameter untuk regresi binomial negatif bivariat secara parsial model kematian bayi terdapat tiga variabel prediktor berpengaruh signifikan terhadap variabel respon yang ibu hamil mendapatkan tablet Fe3 (X_2), tenaga kesehatan (X6), ibu hamil melaksanakan program K4 (X_8). Pada model kematian ibu variabel ibu hamil mendapatkan tablet Fe3 (X_2), tenaga kesehatan (X_6), dan rumah tangga ber-PHBS (X_7) memiliki pengaruh yang signifikan terhadap variabel respon.

Kata Kunci : Kematian Bayi, Kematian Ibu, *Maximum Likelihood Estimation.* Regresi Binomial Negatif Bivariat.

ESTIMATION PARAMETERS AND TESTING HYPOTHESES FOR THE BIVARIATE NEGATIVE BINOMIAL REGRESSION MODEL
Case Study : Number of Infant Mortality and Maternal Mortality in East Java Province 2013

Name : Untung Kurniawan
Student Id. Number : 1313 201 708
Advisor : Dr. Purhadi, M.Sc

ABSTRACT

Data *count* is data in the form of non-negative integers. The regression analysis commonly uses for the variable response in the form of data *count* as regression poison. Poisson regression requires the assumption that the *mean* of the response variable equal to the variance. If the assumptions are violated, namely when the variance greater than the mean, it is called over-dispersion conditions. Over-dispersion the Poisson regression can make the standard error of the regression parameter estimates tend to be lower. It should be the resulting in an invalid conclusion. Bivariate Poisson regression model is used to count the data are correlated pair. It just is as in the univariate Poisson regression model, the bivariate Poisson regression model also occur over-dispersion. Bivariate negative binomial regression model is a model that can be used when there is over-dispersion count data. The purpose of this study is to assess the estimator parameters and form the test statistic bivariate negative binomial regression model, and determine the factors that influence the number of infant mortality and maternal mortality. The data used is the number of infant and maternal mortality in the province of East Java in 2013. Parameter estimation is done by *using Maximum Likelihood Estimation* (MLE) through Newton-Raphson iteration. The parameter testing method used is the *Maximum Likelihood Ratio Test*. The testing parameters for bivariate negative binomial regression model of infant mortality partially contains three predictor variables significantly influence the response variables that have pregnant women get a tablet Fe3 (X_2), health workers (X_6), pregnant women carry K4 program (X_8). In the model of maternal mortality variable, the pregnant women get a tablet Fe3 (X_2), health workers (X_6), and the households clean and healthy behavior (X_7) are significant effect on the response variable.

Keywords: infant mortality, maternal mortality, *Maximum Likelihood Estimation* Bivariate Negative Binomial Regression.

KATA PENGANTAR

Puji syukur penulis panjatkan atas kehadirat Allah SWT yang telah melimpahkan rahmat dan hidayah-Nya sehingga tesis ini dapat diselesaikan tepat pada waktunya. Tesis ini disusun untuk memenuhi salah satu persyaratan dalam rangka menyelesaikan pendidikan pada Program Magister Jurusan Statistika FMIPA ITS. Tesis ini berjudul: ” Penaksiran Dan Pengujian Hipotesis Parameter Model Regresi Binomial Negatif Bivariat (Studi Kasus : Jumlah Kematian Bayi dan Kematian Ibu di Propinsi Jawa Timur Tahun 2013)”.

Dalam penyusunan tesis ini, penulis banyak memperoleh bimbingan dan petunjuk, serta bantuan dan dukungan dari berbagai pihak baik dari institusi maupun luar institusi. Melalui kesempatan ini penulis mengucapkan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada yang terhormat :

1. Kepala Badan Pusat Statistik yang telah memberikan kesempatan dan dukungan sehingga bisa mengikuti program tugas belajar di ITS Surabaya.
2. Bapak Dr. Purhadi, M.Sc selaku dosen pembimbing, yang telah banyak meluangkan waktunya untuk memberikan arahan dalam menyelesaikan tesis ini serta nasehat untuk menjadi lebih baik.
3. Bapak Dr. I Nyoman Latra, M.S dan Ibu Dr. Tiodora Hadumaon Siagian, M. Pop. Hum. Res selaku dosen penguji yang telah memberikan saran serta perbaikan dalam tesis ini.
4. Bapak Dr. Mashuri, M.T selaku ketua Jurusan Statistika FMIPA ITS.
5. Bapak Dr. Suhartono, M.Sc. selaku ketua Program Studi Pascasarjana Jurusan Statistika ITS.
6. Bapak Dr. rer. pol, Heri Kuswanto, M.Si. selaku ketua Dosen Wali.
7. Bapak dan Ibu dosen pengajar Jurusan Statistika ITS, terima kasih atas ilmu yang telah diajarkan.
8. Bapak-bapak dan Ibu-ibu Pegawai Jurusan Statistika ITS yang telah banyak membantu penulis selama masa perkuliahan.

9. Kedua Orang tua tercinta Bapak Raharjo dan Ibu Partini, kedua mertua Bapak Suharno dan Ibu Sri Supariyem, Mas Fery, Om Hanif, serta seluruh keluarga besar yang selalu mendoakan.
10. Istriku tercinta, Nur Isti’aanah, terima kasih atas segala dukungan, doa dan cintamu. Anak-anakku, permata hati dan penyejuk hatiku, Faiz Mumtaaz dan Fildza Zaida.
11. Mas Rindang, Mas Syahrul, Mas Parlin, Mas Adji, Bu Harmi, Pak Syahid terima kasih atas kebaikan hati dan bantuan ilmunya.
12. Sahabat seperjuangan bimbingan Fatmasari Damayanti, salam simak bmn.
13. Mas Nora, terima kasih sudah berbagi kebersamaan sebagai saudara dan tetangga, teman-teman BPS angkatan 7, Mas Ade, Mas Cahyo, Bang Heri, Bang Aal, Mbak Eta, Mbak Lilis, Mbak Reny, Mbak Arifah, Mbak May, Mbak Ratna, Mbak Devy, Mbak Tika, Mbak Metty, Gama, Hadi, Riny, bersyukur dapat bertemu teman-teman semua.
14. Mas Jihad, Mas Amin, Ikbal Thola, Adi Makassar, Riswan, Tata, Reza, Fitriarma, Fitrotul, Fifi, Cindy, terima kasih untuk kebersamaanya.
15. Semua pihak yang tidak sempat disebutkan satu-persatu atas doa dan dukungan yang telah diberikan kepada penulis selama ini.

Akhirnya, do’a dan harapan selalu dipanjatkan kepada Allah SWT agar ilmu yang telah diperoleh menjadi barokah dan bermanfaat bagi sesama serta dapat menjadi sarana meraih ridho-Nya. Aamiin Ya Robbal ‘Alamin.

Surabaya, Januari 2015

Untung Kurniawan

DAFTAR ISI

DAFTAR TABEL

Halaman

DAFTAR GAMBAR

Halaman

DAFTAR PUSTAKA

Aditie, N. B. (2011), *Spatial Durbin Model untuk Mengidentifikasi Faktor-Faktor yang Mempengaruhi Angka Kematian Bayi di Jawa Timur*, Tugas Akhir, Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya.

Afri, L.E (2012), *Model Regresi Binomial Negatif Terboboti Geografis Untuk Data Kematian Bayi (Studi Kasus 38 Kabupaten/Kota di Jawa Timur)*, Tesis, Institut Pertanian Bogor, Bogor.

Agresti, A. (2007), *An Introduction to Categorical Data Analysis*, Second Edition, John Wiley & Sons, Inc., New York.

Atella, V. dan Deb, P. (2008), "Are Primary Care Physicians, Public and Private Sector Specialists Substitutes or Complements? Evidence from a Simultaneous Equations Model for Count Data", *Journal of Health Economics*,Vol. 27, 770–785.

Berk, D. dan MacDonald, J. (2007), *Overdispersion and Poisson regression*, Department of Statistics, Department of Criminology, University of Pennsylvania.

Cameron, A.C. dan Johansson, P. (1998), *Bivariate Count Data Regression using Series Expansions: with Applications*, Department of Economics Discussion Paper, University of California, Davis.

Cameron, A.C. dan Trivedi, P.K. (1998), *Regression Analysis of Count Data*, Cambridge University Press, USA.

Cheon, S. , Song, S.H. dan Jung, B.C. (2009), "Tests for independence in a bivariate negative binomial model", *Journal of the Korean Statistical Society*, vol. 38, hal, 185-190.

Chou, N. dan D. Steenhard (2011), "Bivariate Count Data Regression Models – A SAS® Macro Program", *Proceedings SAS Global Forum 2011*, paper 355-2011.

Cox, D.R. (1983), "Some remarks on over-dispersion", *Biometrika*, vol. 70, hal. 269-274.

Dinas Kesehatan Propinsi Jawa Timur, (2012), *Profil Kesehatan Propinsi Jawa Timur*, Surabaya, Dinkes Jatim.

Dinas Kesehatan Propinsi Jawa Timur, (2013), *Profil Kesehatan Propinsi Jawa Timur*, Surabaya, Dinkes Jatim.

Dobson, A. J, *An Introduction to Generalized Linear Models*, Second Edition, Chapman & Hall/CRC, U.S.A.

Draper, N. dan Smith, H. (1992). *Analisis Regresi Terapan*. Jakarta : Gramedia.

Edwards, C. B. dan Gurland, J. (1961), "A class of distribution applicable to accidents", *Journal o f the American Statistical Association*, vol. 56, hal. 503-517.

Famoye, F. (2010), "On the bivariate negative binomial regression model". *Journal of Applied Statistics* ,Vol 37, No. 6, hal 969-981.

Gurmu, S. (1991), "Test for Detecting Overdispersion in the Positive Poisson Regression model", *Journal of Business and Economi*cs *Statistics*. Vol. 9, No. 2, pp. 215–222.

Gurmu, S. dan Elder, J. (2000), "Generalized bivariate count data regression models", *Economi*cs *Letter*. 68 (2000), pp. 31–36.

Gurmu, S. dan Elder, J. (2007) "A simple bivariate count data regression model." *Economics Bulletin,* Vol.3, No. 11, hal. 1-10.

Hardin JW, Hilbe JM. (2007). *Generalized Linear Models and Extensions*. Texas: A Stata Press Publication.

Hilbe, J.M. (2011), *Negative binomial regression,* Second Edition, Cambridge University Press, New York.

Hocking, R. (1996), *Methods and Application of Linier Models,* John Wiley and Sons, Inc., New York.

Ismail, N. dan Jemain, A. A. (2007), "Handling overdispersion with negativebinomial and generalized poisson regression models", Virginia: *Casualty Actuarial Society Forum*.

Iwasaki, M. dan Tsubaki, H. (2006),"Bivariate negative binomial generalized linear models for environmental count data", *Journal of Applied Statistics*, vol. 33(9), hal. 909–923.

Johnson, N.L., Kotz, S., dan Kemp, A.W. (1992), *Univariate Discrete Distribution*, The Willey Interscience Publication, New York.

Kawamura, K. (1973), “The Structure of Bivariate Poisson Distribution”, Kodai. Math. SEM. REP. 246-256.

Kocherlakota, S. Dan Kocherlakota, K. (1992), *Bivariate Discrete Distributions*, Marcel Dekker, New York.

Lawless, J. F. (1987), “Negative binomial and mixed Poisson regression”, *The Canadian Journal of Statistics*, vol.15, hal. 209-225.

Listiani, Y. (2010). *Pemodelan Regresi Generalized Poisson Pada Faktor-Faktor yang Mempengaruhi Angka Kematian Bayi Di Jawa Timur Tahun 2007*. Tugas Akhir, Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya.

Long, J.S. (1997), *Regression Models for Categorical and Limited Dependent Variables*. Number 7 in Advance Quantitive Techniques in The Social Sciences, Sage Publications, California.

Maher, M. J. (1990), "A Bivariate Negative Binomial Model to Explain Traffic Accident Migration," *Accident Analysis and Prevention*, 22(5), hal. 487-498.

Marshall, A. W., dan Olkin, I. (1990), “Multivariate distributions generated from mixtures of convolution and product families”. In H. W. Block, A. R. Sampson, & T. H. Savits (Eds.), IMS Lecture notes monograph series: Vol. 16. *Topics in statistical dependence* 1990, pp. 372-393.

McCarthy, J. dan Maine, D. (1992), “A Framework for Analyzing the Determinants of Maternal Mortality”, *Studies in Family Planning*, Vol. 23, No. 1, Hal. 23-33.

McCullagh, P. dan Nelder, J. (1989), *Generalized Linear Models*, second edition Chapman and Hall, London.

Mosley, W. H. dan Chen, L. C. (1984), “ An Analytical Framework for the Study of Child Survival in Developing Countries”, *Population and Development Review*, Volume 10, Issue Suplement: Child Survival: Strategies for Research, Hal. 25-45.

Novita, L. (2012). *Pemodelan Maternal Mortality di Jawa Timur dengan Pendekatan Geographically Weighted Poisson Regression (GWPR)*. Tugas Akhir, Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya.

Park, B.J dan Lord, D. (2008), *Adjusment for The Maximum Likelihood Estimate of The Negative Binomial Dispersion Parameter*, Texas University, USA.

Pertiwi, L. D. (2012), *Spatial Durbin Model Untuk Mengidentifikasi Faktor-Faktor Yang Mempengaruhi Kematian Ibu Di Jawa Timur*, Tugas Akhir, Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya.

Pritasari, E. (2013), *Regresi Bivariat Poisson Dalam Pemodelan Jumlah Kematian Bayi dan Jumlah Kematian Ibu di Provinsi Jawa Timur*, Tugas Akhir Statistika- FMIPA, Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya.

Rani, D. P. (2010), *Pemodelan Jumlah Kematian Bayi di Propinsi jawa Timur dengan Pendekatan Geographically Weighted Poisson Regression Semiparametric (GWPRS).* Tugas Akhir Statistika-FMIPA, Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya.

Setiawan dan Kusrini, D. E. (2010), *Ekonometrika*, ANDI, Yogyakarta.

Subrahmaniam, K. dan Subrahmaniam, K. (1973), ”On the estimation of the parameters in the bivariate negative binomial distribution”, *Journal of the Royal Statistical Society*, B, 35, 131-146.

Thaddeus, S. dan Maine, D. (1994), “Too Far to Walk: Maternal Mortality in Context”, *Social Science and Medicine*, Vol. 38, Hal. 1091-1110.

Winarno, D. (2009), *Analisis Angka Kematian Bayi di Jawa Timur dengan Pendekatan Model Regresi Spasial*. Tesis, Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya.

Winkelmann, R. dan Zimmermann, K. F. (1995), "Recent Developments in Count Data Modelling: Theory And Application," *Journal of Economic Surveys*, Vol. 9, No. 1.

BIODATA PENULIS

Penulis yang bernama Untung Kurniawan dilahirkan di Klaten, 20 Desember 1985. Penulis merupakan anak kedua dari pasangan Bapak Raharjo dan Ibu Partini. Saat ini penulis sudah berkeluarga dengan istri bernama Nur Isti'aanah dan dikarunia dua anak Faiz Mumtaaz dan Fildza Zaida.

Pendidikan formal yang pernah ditempuh antara lain : TK Pertiwi Kalikebo, SDN Kalikebo 02, SMPN 1 Cawas, SMAN 1 Klaten, Sekolah Tinggi Ilmu Statistik. Setelah tamat STIS penulis ditempatkan bertugas di BPS Kabupaten Jeneponto Provinsi Sulawesi Selatan, pada tahun 2011 berpindah tugas ke BPS Provinsi Sulawesi Selatan. Pada tahun 2013 uga penulis memperoleh kesempatan beasiswa dari BPS untuk melanjutkan studi S2 di Jurusan Statistika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam (FMIPA) Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS) Surabaya. Saran dan kritik dapat dikirim melalui email : untungk@bps.go.id.

BAB 1
PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Regresi adalah suatu metode yang digunakan untuk menganalisis hubungan antara suatu variabel respon dengan satu atau lebih variabel penjelas. Pada umumnya, regresi digunakan untuk menganalisis variabel respon yang berjenis kontinu, namun sering juga ditemui variabel respon yang berjenis diskrit (Long, 1997). Variabel respon diskrit dapat berupa data *count* yaitu data yang nilainya non-negatif dan menyatakan banyaknya kejadian dalam interval waktu, ruang, atau volume tertentu. Suatu peristiwa akan mengikuti distribusi poisson jika peristiwa itu jarang sekali terjadi dalam suatu ruang sampel yang besar (Cameron dan Trivedi, 1998). Jumlah kasus kematian bayi dan kematian ibu merupakan salah satu contoh data *count* yang mengikuti distribusi poisson. Regresi poisson merupakan metode yang sering digunakan untuk menganalisis data *count* (Agresti, 2007; Cameron dan Trivedi, 1998).

Model regresi data *count* bivariat digunakan ketika kejadian *count* yang secara bersama-sama saling bergantung (Gurmu dan Elder, 2007). Peristiwa *count* berpasangan yang menunjukkan korelasi harus ditaksir secara bersama, dan model regresi *count* bivariat dirancang untuk menangani kasus tersebut (Chou dan Steenhard, 2011). Pada analisis regresi Poisson terdapat asumsi yang harus terpenuhi, yaitu variansi dari variabel responnya sama dengan *mean* (Hilbe, 2011). Pada kenyataannya, kondisi seperti ini sangat jarang terjadi karena biasanya data *count* memiliki variansi yang lebih besar dari *mean* atau disebut kondisi overdispersi (Cox, 1983; McCullagh & Nelder 1989; Cameron dan Trivedi, 1998). Overdispersi dapat disebabkan oleh adanya korelasi positif antar observasi atau individu yang diamati atau terdapat nilai variansi yang besar pada data *count* (Hilbe, 2011). Overdispersi dapat mengakibatkan *standard error* dari taksiran parameter regresi yang dihasilkan memiliki kecenderungan untuk menjadi lebih rendah dari seharusnya, sehingga jika model regresi poisson tetap digunakan dalam kondisi overdispersi maka taksiran parameter-parameter yang seharusnya belum tentu signifikan akan menjadi dianggap signifikan (Ismail dan Jemain, 2007; Hilbe, 2011). Ketika terjadi overdispersi pada data, akan lebih baik menggunakan regresi binomial negatif (Lawless, 1987; Cameron dan Trivedi 1998; Winkelmann dan Zimmermann, 1995; Berk dan MacDonald, 2007; Hilbe, 2011). Sama seperti pada model poisson univariat, model poisson bivariat juga terjadi overdispersi (Cameron dan Johansson, 1998; Cheon, Song, dan Jung, 2009). Saat terjadi overdispersi pada model poisson bivariat menggunakan model binomial negatif bivariat adalah sebagai salah satu alternatif solusi (Subrahmaniam dan Subrahmaniam, 1973; Marshall dan Olkin, 1990; Famoye, 2010). Regresi binomial negatif lebih fleksibel dibandingkan dengan model poisson karena asumsi *mean* dan variansi dari model binomial negatif tidak harus sama. Model regresi binomial negatif memiliki parameter dispersi yang berguna menggambarkan variasi dari data (Hilbe, 2011).

Regresi binomial negatif bivariat telah digunakan oleh Edwards dan Gurland (1961) pada data kecenderungan kecelakaan, Maher (1990) menggunakan regresi binomial negatif bivariat untuk memodelkan kecelakaan lalu lintas migrasi, Iwasaki dan Tsubaki (2006) menggunakan model binomial negatif bivariat pada data lingkungan di Jepang, Atella dan Deb (2008) menggunakan regresi binomial negatif bivariat untuk memeriksa hubungan antara jumlah kunjungan ke dokter praktik umum dan spesialis menggunakan data dari Italia. Famoye (2010) membandingkan regresi poisson bivariat dan regresi binomial negatif bivariat menggunakan data Gurmu dan Elder (2000) tentang jumlah kunjungan konsultasi dokter dan non-dokter ketika data terjadi overdispersi. Dari hasil ukuran kebaikan model, model regresi binomial negatif mempunyai nilai Log-likelihood, AIC , dan *devians* yang lebih kecil dari regresi poisson bivariat. Sehingga model regresi binomial negatif bivariat lebih baik daripada model regresi poisson bivariat ketika terjadi overdispersi pada data.

Negara-negara di dunia pada tahun 2000 telah menyetujui 8 poin kesepakatan yang tertuang dalam *Millennium Development Goals* (MDG’s). Poin kesepakatan ke-4 dan ke-5 MDG’s yang masing-masing bertujuan untuk menekan kematian anak dan meningkatkan kesehatan ibu hamil yang harus tercapai pada tahun 2015. Tolok ukur keberhasilan kedua poin tersebut di Indonesia adalah dengan indikator Angka Kematian Bayi (AKB) dan Angka Kematian Ibu (AKI).

Target MDG's di Indonesia untuk AKB pada tahun 2015 adalah 23 kematian per 1.000 kelahiran hidup (kh). Berdasarkan hasil Survei Demografi dan Kesehatan Indonesia (SDKI) AKB Indonesia mencapai 34 kematian per 1.000 kh pada tahun 2012 (Dinkes, 2012). Provinsi Jawa Timur pada tahun yang sama memiliki AKB hingga 28,31 kematian per 1.000 kh. AKB di Jawa Timur bukan AKB tertinggi di Indonesia namun masih tergolong menengah apabila dibandingkan dengan nilai AKB di propinsi lainnya. AKB tahun 2009 sebesar 31,41 per 1.000 kh, tahun 2010 mencapai 29,99 per 1.000 kh, tahun 2011 mencapai 29,24 per 1.000 kh, tahun 2012 AKB mencapai 28,31 per 1.000 kh, dan tahun 2013 AKB mencapai 27,23 per 1.000 kh. Diharapkan mencapai target MDGs yaitu 23 per 1.000 kh pada tahun 2015 (Dinkes, 2013).

Di Jawa Timur, capaian AKI cenderung meningkat dalam 5 (lima) tahun terakhir, yaitu berkisar antara 7-11 *point* dengan data yang bersumber dari Laporan Kematian Ibu (LKI) Kabupaten/Kota. Capaian AKI dapat digambarkan sebagai berikut: pada tahun 2008 sebesar 83 per 100.000 kh, tahun 2009 sebesar 90,7 per 100.000 kh; tahun 2010 sebesar 101,4 per 100.000 kh; tahun 2011 sebesar 104,3 per 100.000 kh, tahun 2012 mencapai 97,43 per 100.000 kh, dan di tahun 2013 mencapai 97,39 per 100.000 kh. Capaian AKI Jawa Timur tahun 2013 keadaanya berada 5 *point* di bawah dari target MDGs tahun 2015 sebesar 102 per 100.000 kh (Dinkes, 2013).

Dalam upaya untuk menurunkan AKI dan AKB untuk mempercepat capaian MDGS, Dinas Kesehatan Provinsi Jawa Timur telah membentuk Forum PENAKIB (Penurunan Angka Kematian Ibu dan Bayi), dimana pada tahun 2012 telah memasuki babak baru dengan terbentuknya 3 (tiga) satuan tugas (satgas) yaitu Satgas Rujukan, Satgas Pelayanan Kesehatan Dasar (Yankesdas) serta Satgas Pemberdayaan Masyarakat. Di mana masing-masing satgas akan menelaah penyebab kematian ibu dan bayi dari 3 (tiga) aspek tersebut. Ketiga satgas tersebut akan membuat upaya yang akan dilakukan secara riil agar Angka Kematian Ibu dan Angka Kematian Bayi di Jawa Timur dapat terus menurun (Dinkes, 2013).

Penelitian mengenai kematian bayi di Jawa Timur telah beberapa kali dilakukan. Winarno (2009) menganalisis AKB di Jawa Timur dengan pendekatan model regresi spasial. Faktor-faktor yang mempengaruhi AKB secara signifikan adalah persentase penolong persalinan oleh tenaga medis dan rata-rata lama pemberian ASI eksklusif. Listiani (2010) memodelkan AKB di Jawa Timur pada tahun 2007 dengan metode *Generalized Poisson*. Faktor-faktor yang mempengaruhi AKB secara signifikan adalah jumlah sarana kesehatan, persentasi persalinan yang dilakukan dengan bantuan tenaga non medis, rata-rata usia perkawinan pertama, dan rata-rata pengeluaran rumah tangga perbulan. Rani (2010) memodelkan jumlah kematian bayi di Propinsi Jawa Timur dengan pendekatan *Geographically Weighted Poisson Regression Semiparametric* (GWPRS). Faktor-faktor yang mempengaruhi kematian bayi secara signifikan pada seluruh kabupaten/kota di Jawa Timur adalah jumlah sarana kesehatan, jumlah tenaga medis, persentase persalinan yang dilakukan dengan bantuan tenaga non medis.

Aditie (2011) memodelkan AKB di Jawa Timur tahun 2007 dengan melihat aspek wilayah melalui pendekatan *Spatial Durbin Model* (SDM). Diperoleh faktor yang berpengaruh adalah rasio sarana kesehatan dengan jumlah penduduk, persentase persalinan dengan bantuan tenaga medis, persentase rumah tangga yang menggunakan air bersih, dan rata-rata lama pemberian ASI pada bayi usia 0-1 tahun. Afri (2012) memodelkan kasus kematian bayi untuk mengetahui faktor-faktor yang berpengaruh terhadap jumlah kematian bayi di Jawa Timur dengan menggunakan model regresi binomial negatif terboboti geografis. faktor-faktor yang berpengaruh yaitu jumlah tenaga kesehatan yang tinggal di desa/kelurahan, jumlah rumah tangga yang mendapatkan ASKESKIN, jumlah balita penderita gizi buruk, pemberian ASI eksklusif, jumlah keluarga berada di pemukiman kumuh dan persalinan yang dilakukan oleh tenaga non medis.

Pemodelan jumlah kematian ibu di Jawa Timur telah dilakukan oleh Novita (2012) melalui metode *Geographically Weighted Poisson Regression* (GWPR). Faktor yang berpengaruh signifikan adalah persentase ibu hamil yang menggunakan akses pelayanan kesehatan ibu hamil (K1), persentase persalinan dibantu oleh tenaga non medis, persentase ibu hamil mendapatkan tablet penambah zat besi (Fe1) dan persentase sarana kesehatan. Pada tahun yang sama, Pertiwi (2012) juga memodelkannya melalui pendekatan SDM. Diperoleh faktor yang berpengaruh adalah persentase persalinan oleh dukun, persentase rumah tangga berperilaku hidup bersih dan sehat, serta persentase sarana kesehatan.

Penelitian oleh Pritasari (2013) yang meneliti tentang pemodelan faktor yang berpengaruh terhadap jumlah kematian bayi dan jumlah kematian ibu dengan regresi poisson bivariat. Penelitian tersebut memberikan hasil bahwa dari 6 variabel prediktor (persentase persalinan oleh tenaga kesehatan, persentase tenaga kesehatan, persentase ibu hamil beresiko ditangani, persentase ibu hamil melakukan program K4, persentase ibu hamil mendapatkan tablet Fe3 dan persentase rumah tangga berperilaku hidup bersih dan sehat) dengan model bivariat poisson yang terbentuk untuk kasus kematian bayi, variabel yang signifikan adalah persalinan oleh tenaga kesehatan dan tenaga kesehatan. Sedangkan untuk kasus jumlah kematian ibu, variabel yang signifikan adalah persentase tenaga kesehatan. Penelitian oleh Pritasari (2013) dibatasi tidak dilakukan pengujian *equisdispersion* maupun penanganannya apabila asumsi tersebut dilanggar pada pemodelan dengan regresi poisson bivariat.

Kematian bayi dan kematian ibu merupakan dua hal yang saling berkaitan karena selama masa kandungan gizi yang diperoleh janin disalurkan dari tubuh ibu melalui plasenta sehingga kondisi ibu selama masa kehamilan akan berpengaruh pada janin dan bayi yang akan dilahirkannya kelak. Peran ibu juga sangat berpengaruh dalam merawat bayi mulai saat ia dilahirkan hingga berumur satu tahun. Dari penjabaran tersebut perlu adanya suatu penelitian untuk mengkaji faktor-faktor yang mempengaruhi kedua angka kematian tersebut secara bersama-sama.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang telah dikemukakan, maka permasalahan dalam penelitian ini dapat dirumuskan sebagai berikut :

1. Bagaimana bentuk penaksir parameter model regresi binomial negatif bivariat?
2. Bagaimana bentuk statistik uji model regresi binomial negatif bivariat?

3. Faktor-faktor apa saja yang berpengaruh terhadap jumlah kematian bayi dan jumlah kematian ibu di Propinsi Jawa Timur Tahun 2013 melalui pendekatan regresi binomial negatif bivariat?

1.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah di atas, maka tujuan yang ingin dicapai dalam penelitian ini adalah sebagai berikut :

1. Mengkaji penaksir parameter model regresi binomial negatif bivariat.
2. Mengkaji bentuk statistik uji model regresi binomial negatif bivariat.
3. Menentukan faktor-faktor yang berpengaruh terhadap jumlah kematian bayi dan jumlah kematian ibu di Propinsi Jawa Timur Tahun 2013 melalui pendekatan regresi binomial negatif bivariat.

1.4 Manfaat Penelitian

Manfaat yang ingin dicapai dari hasil penelitian ini adalah sebagai berikut :

1. Menambah wawasan keilmuan tentang bentuk penaksir parameter, pengujian hipotesis model regresi binomial negatif bivariat, dan suatu bentuk model kematian bayi dan kematian ibu.
2. Mengetahui faktor-faktor yang mempengaruhi jumlah kematian bayi dan jumlah kematian di Propinsi Jawa Timur dengan model regresi binomial negatif bivariat.

1.5 Batasan Masalah

Pada penelitian ini, masalah hanya dibatasi pada kasus jumlah kematian bayi dan jumlah kematian ibu di Propinsi Jawa Timur Tahun 2013 yang merupakan Data Profil Dinas Kesehatan Provinsi Jawa Timur Tahun 2013. Pada penelitian ini tidak dilakukan pengkajian terhadap sifat-sifat kebaikan penaksir.

BAB 2

TINJAUAN PUSTAKA

Pada tinjauan pustaka ini akan dijelaskan beberapa teori terkait yang mendukung penyelesaian masalah dalam penelitian ini. Ada beberapa hal yang akan dibahas pada bab ini, yaitu meliputi : Distribusi Binomial Negatif, Regresi, Regresi Binomial Negatif Univariat, Regresi Binomial Negatif Bivariat. Kajian non statistik meliputi bahasan Kematian Bayi dan Kematian Ibu.

2.1 Distribusi Binomial Negatif

2.1.1 Distribusi Binomial Negatif Univariat

Distribusi Binomial Negatif merupakan distribusi yang memiliki banyak sekali cara dalam hal pendekatannya. Beberapa cara pendekatan distribusi Binomial Negatif, diantaranya dapat didekati sebagai barisan percobaan Bernoulli dan distribusi campuran Poisson-Gamma (Hilbe, 2011).

Pendekatan klasik dari distribusi Binomial Negatif yang sering digunakan adalah distribusi Binomial Negatif sebagai barisan percobaan Bernoulli, yaitu jumlah percobaan Bernoulli yang dibutuhkan sampai terjadi *r* buah sukses, dimana setiap pengulangan saling bebas, dan probabilitas sukses pada setiap percobaan konstan yaitu p sedangkan probabilitas gagal yaitu 1 – p. Misalkan variabel acak X menyatakan jumlah percobaan yang dibutuhkan sampai terjadi *r* buah sukses, maka X berdistribusi Binomial Negatif dengan fungsi probabilitas sebagai berikut:

$$\Pr(X = x; r, p) = \begin{cases} \binom{x-1}{r-1} p^r (1-p)^{x-r}, x = r, r+1, r+2, \ldots \\ \\ 0, x \text{ yang lain} \end{cases} \quad (2.1)$$

Fungsi probabilitas dari variabel acak X dapat dinotasikan ke dalam bentuk lain. Misalkan terdapat sejumlah *y* kegagalan sebelum sukses ke-*r*, maka *x* merupakan jumlah dari *y* kegagalan dengan *r* buah sukses atau $x = y + r$. Jadi, akan dibentuk sebuah variabel acak baru, yaitu Y, yang menyatakan jumlah kegagalan sebelum terjadi r buah sukses dengan metode transformasi variable dimana fungsi transformasinya adalah Y = X – r. Maka variabel acak Y memiliki fungsi probabilitas (Johnson, Kotz dan Kemp,1992) sebagai berikut:

$$\Pr(Y = y; r, p) = \begin{cases} \binom{y+r-1}{y} p^r (1-p)^y, y = 0,1,2,.... \\ \\ 0, \; y \; yang \, lain \end{cases} \qquad (2.2)$$

fungsi pembangkit momen distribusi binomial negatif adalah

$$M_Y(t) = p^r (1 - qe^t)^{-r} \qquad (2.3)$$

distribusi binomial negatif mempunyai nilai *mean* dan varian sebagai berikut:

$$E(Y) = \frac{r(1-p)}{p} \qquad (2.4)$$

$$Var(Y) = \frac{r(1-p)}{p^2} \qquad (2.5)$$

Distribusi Binomial Negatif yang dibentuk dari Poisson-Gamma (Lawless, 1987; Cameron dan Trivedi, 1998; Hardin dan Hilbe, 2007; Hilbe, 2011) memiliki fungsi probabilitas sebagai berikut:

$$\Pr(Y = y) = \frac{\Gamma\left(y + \frac{1}{\theta}\right)}{y!\Gamma\left(\frac{1}{\theta}\right)} \left(\frac{\mu}{\mu + \frac{1}{\theta}}\right)^y \left(\frac{\frac{1}{\theta}}{\mu + \frac{1}{\theta}}\right)^{\frac{1}{\theta}} \qquad (2.6)$$

Persamaan (2.6) diatas memiliki bentuk yang similar dengan bentuk fungsi probabilitas dari distribusi binomial negatif pada persamaan (2.2) dimana $r = 1/\theta$ dan $p = 1/(\theta\mu + 1)$.

Nilai *mean* serta varian dari distribusi binomial negatif adalah:

$$E(Y) = \mu \tag{2.7}$$

$$Var(Y) = \mu + \theta\mu^2 \tag{2.8}$$

2.1.2 Distribusi Binomial Negatif Bivariat

Jika Y_{1i} dan Y_{2i} $(i = 1,2,...,n)$ adalah variabel random yang berdistribusi poisson dengan *mean* $\lambda\mu_{1i}$ and $\lambda\mu_{2i}$, dimana $(i = 1,2,...,n)$ adalah juga variabel random yang mengikuti distribusi *Gamma* (τ^{-1}, τ^{-1}). Distribusi bersama dari Y_{1i} dan Y_{2i} (Cheon dkk, 2009) adalah sebagai berikut:

$$f(y_{1i}, y_{2i}) = \frac{\Gamma(\tau^{-1} + y_{1i} + y_{2i})}{\Gamma(\tau^{-1})\Gamma(y_{1i}+1)\Gamma(y_{2i}+1)} \mu_{1i}^{y_{1i}} \mu_{2i}^{y_{2i}} \tau^{-\tau^{-1}} (\tau^{-1} + y_{1i} + y_{2i})^{-(\tau^{-1} + y_{1i} + y_{2i})} \tag{2.9}$$

dimana $\tau(\geq 0)$ adalah parameter dispersi (Kocherlakota dan Kocherlakota, 1992). Distribusi probabilitas pada persamaan (2.9) dapat dituliskan:

$$(Y_{1i}, Y_{2i}) \sim BNB(\mu_{1i}, \mu_{2i}, \tau)$$

dengan *mean*, varian dan koefisien korelasi dari (Y_{1i}, Y_{2i}) adalah

$$E(Y_{ji}) = \mu_{ji} \ ; (\mathrm{j} = 1, 2)$$

$$Var(Y_{ji}) = \mu_{ji}(1 + \tau\mu_{ji}) \ ; (\mathrm{j} = 1, 2)$$

$$Corr(Y_{1i}, Y_{2i}) = \sqrt{\frac{\mu_{1i}\mu_{2i}\tau^2}{(1+\mu_{1i}\tau)(1+\mu_{2i}\tau)}} \tag{2.10}$$

2.2 Regresi Binomial Negatif Univariat

Regresi binomial negatif merupakan salah satu model regresi terapan dari *Generalized Linear Models* (GLMs). Sebagai terapan dari GLMs, maka distribusi binomial negatif memiliki ketiga komponen yaitu komponen random, komponen sistematik dan fungsi link (McCullagh dan Nelder, 1989 ; Dobson, 2002). Pada regresi binomial negatif, variabel respon Y_i diasumsikan berdistribusi binomial negatif yang dihasilkan dari distribusi Poisson-Gamma.

Misalkan ingin diketahui hubungan antara suatu variabel respon Y dengan k buah variabel penjelas $X_1, X_2, \ldots, X_k$. Variabel respon Y berupa data *count* dan menyatakan banyaknya kejadian yang diamati pada suatu populasi tertentu. Variabel Y diberikan $X_1 = x_1$, $X_2 = x_2$, …, $X_k = x_k$ diasumsikan berdistribusi Binomial Negatif. Diberikan sampel acak berukuran n yaitu $\{(y_i, (x_{1i}, x_{2i}, \ldots, x_{ki})); i = 1, 2, \ldots, n\}$, dimana y_i adalah pengamatan ke-i dari variabel respon Y, dan $x_{1i}, x_{2i}, \ldots, x_{ki}$ berturut-turut adalah pengamatan ke-i dari variabel penjelas $X_1, X_2, \ldots, X_k$. Model regresi pada umumnya menggunakan hubungan antara variabel respon Y dengan variabel-variabel penjelas $X_1, X_2, \ldots, X_k$ sebagai berikut:

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \ldots + \beta_k x_{ki} + \varepsilon_i \text{, untuk } i = 1,2,\ldots,n \tag{2.11}$$

dimana $\beta_0, \beta_1, \ldots, \beta_k$ menyatakan parameter-parameter yang tidak diketahui dan ε_i menyatakan *error* untuk pengamatan ke-i dan asumsi bahwa nilai ekspektasi dari ε_i adalah nol dan $E(\varepsilon_i) = 0$ bila persamaan (2.11) di atas dinyatakan dalam bentuk vektor menjadi:

$$y_i = \mathbf{X}_i^T \boldsymbol{\beta} + \varepsilon_i \tag{2.12}$$

dimana $\mathbf{X}_i^T = [1, x_{1i}, \ldots, x_{ki}]$ dan $\boldsymbol{\beta} = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix}$

misalkan diasumsikan nilai ekspektasi untuk Y_i adalah $E\,(Y_i \mid X_{1i} = x_{1i}, X_{2i} = x_{2i}, \ldots, X_{ki} = x_{ki}) = \mu_i$ dan sebelumnya telah diasumsikan bahwa nilai ekspektasi untuk ε_i adalah nol, maka akan diperoleh

$$\begin{aligned} \mu_i &= E\left(Y_\mathrm{i} \mid X_{1\mathrm{i}} = \mathrm{x}_{1\mathrm{i}}, X_{2\mathrm{i}} = \mathrm{x}_{2\mathrm{i}}, \ldots, X_{\mathrm{ki}} = \mathrm{x}_{\mathrm{ki}}\right) \\ &= \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \ldots + \beta_k x_{ki} \end{aligned}$$

atau bila dinyatakan dengan vektor menjadi

$$\mu_i = \mathbf{X}_i^T \boldsymbol{\beta} \tag{2.13}$$

Dalam model binomial negatif, Y_i adalah variabel yang berupa data *count* sehingga Y_i merupakan bilangan bulat non-negatif, maka nilai ekspektasi dari Y_i juga tidak mungkin negatif. Berdasarkan persamaan (2.13), hal tersebut menjadi sesuatu yang bertentangan karena ruang nilai untuk $\mathbf{X}_i^T\boldsymbol{\beta}$ adalah bilangan riil pada interval (-∞, ∞). Hal ini membuat model regresi pada persamaan (2.12) tidak dapat digunakan untuk menganalisis data *count*. Untuk mengatasi keadaan yang bertentangan tersebut, maka digunakan sebuah fungsi penghubung yang menghubungkan antara *fitted value* (μ_i) dengan prediktor linier $\mathbf{X}_i^T\boldsymbol{\beta}$. Sebagai anggota dari keluarga eksponensial, binomial negatif memiliki fungsi penghubung kanonik yaitu $\ln\left(\frac{\theta\mu}{1+\theta\mu}\right)=\mathbf{X}_i^T\boldsymbol{\beta}$,dengan invers $\mu=\frac{1}{\theta[\exp(-\mathbf{X}_i^T\boldsymbol{\beta})-1]}$ bentuk inversnya terlihat bahwa fungsi penghubung tersebut menghasilkan bentuk yang cukup rumit sehingga interpretasi dari parameter-parameter model regresi akan menjadi lebih sulit. Hilbe (2011) menyatakan bahwa model binomial negatif pada umumnya menggunakan fungsi penghubung logaritma atau *log link* yaitu:

$$\ln\mu_i=\mathbf{X}_i^T\boldsymbol{\beta} \tag{2.14}$$

Model Binomial Negatif dapat menggunakan *log link* karena $\ln\mu_i$ dan $\mathbf{X}_i^T\boldsymbol{\beta}$ akan terdefinisi di dalam interval (0, ∞) dan interpretasi parameter regresi akan menjadi lebih mudah. Setelah diperoleh fungsi penghubung yang tepat, maka selanjutnya dapat dinyatakan model regresi binomial negatif untuk memodelkan data *count* yaitu

$$\ln[E(Y_\text{i}\mid X_\text{i})]=\ln(\mu_i)=\mathbf{X}_i^T\boldsymbol{\beta}\ \text{untuk i=1,2,…,n} \tag{2.15}$$

sehingga dapat diperoleh

$$\mu_i=\exp(\mathbf{X}_i^T\boldsymbol{\beta}) \tag{2.16}$$

2.2.1 Penaksiran Parameter Regresi Binomial Negatif Univariat

Parameter-parameter dalam model regresi Binomial Negatif yang tidak diketahui nilainya, yaitu β_0, β_1, …, dan β_k dan θ perlu ditaksir. Lawless (1987) melakukan penaksiran parameter-parameter model regresi binomial negatif dengan metode maksimum *likelihood*. Menurut Park dan Lord (2008) Penaksiran parameter dari regresi binomial negatif digunakan metode maksimum likelihood dengan prosedur iterasi *Newton Rhapson*. Metode ini membutuhkan turunan pertama dan kedua dari fungsi likelihood.

Misal terdapat sampel acak berukuran n yaitu $\left(y_i,\left(x_{1i},x_{2i},\ldots,x_{ki}\right)\right)$ untuk i=1,2,…,n, maka dengan mensubtitusikan $\mu_i = \exp(\mathbf{X}_i^T\boldsymbol{\beta})$ ke dalam fungsi probabilitas bersyarat untuk variabel acak Y_i diberikan nilai $x_{1i},x_{2i},\ldots,x_{ki}$ pada persamaan (2.6) akan diperoleh

$$f(y_i,\boldsymbol{\beta},\theta) = \frac{\Gamma(y_i+\frac{1}{\theta})}{\Gamma(\frac{1}{\theta})\Gamma(y_i+1)}\left(\frac{1}{1+\theta\exp(\mathbf{X}_i^T\boldsymbol{\beta})}\right)^{1/\theta}\left(\frac{\theta\exp(\mathbf{X}_i^T\boldsymbol{\beta})}{1+\theta\exp(\mathbf{X}_i^T\boldsymbol{\beta})}\right)^{y_i} \qquad (2.17)$$

fungsi *likelihood* diperoleh dari p.d.f. bersama Y_i diberikan nilai $x_{1i},x_{2i},\ldots,x_{ki}$ yang dinotasikan dengan $L(\boldsymbol{\beta},\theta)$ yaitu:

$$L(\boldsymbol{\beta},\theta) = \prod_{i=1}^{n} f\left(y_i;\boldsymbol{\beta},\theta\right)$$

$$L(\boldsymbol{\beta},\theta) = \prod_{i=1}^{n}\frac{\Gamma(y_i+\frac{1}{\theta})}{y!\Gamma(\frac{1}{\theta})}\left(\frac{1}{1+\theta\exp(\mathbf{X}_i^T\boldsymbol{\beta})}\right)^{1/\theta}\left(\frac{\theta\exp(\mathbf{X}_i^T\boldsymbol{\beta})}{1+\theta\exp(\mathbf{X}_i^T\boldsymbol{\beta})}\right)^{y_i} \qquad (2.18)$$

dengan $\dfrac{\Gamma(y_i+\frac{1}{\theta})}{\Gamma(\frac{1}{\theta})} = \displaystyle\prod_{r=0}^{y_i-1}(1+\theta\, r)$ (2.19)

dengan mensubtitusikan persamaan (2.19) pada persamaan (2.18), maka fungsi *likelihood* $L(\boldsymbol{\beta},\theta)$ menjadi:

$$L(\boldsymbol{\beta},\theta) = \prod_{i=1}^{n}\frac{\left\{\prod_{r=0}^{y_i-1}\left(1+\theta r\right)\right\}}{y!\theta^{y_i}}\left(\frac{1}{1+\theta\exp(\mathbf{X}_i^T\boldsymbol{\beta})}\right)^{1/\theta}\left(\frac{\theta\exp(\mathbf{X}_i^T\boldsymbol{\beta})}{1+\theta\exp(\mathbf{X}_i^T\boldsymbol{\beta})}\right)^{y_i}$$

fungsi log-*likelihood* dari $L(\boldsymbol{\beta},\theta)$ dinotasikan sebagai $l(\boldsymbol{\beta},\theta) = \ln\left\{L\left(\boldsymbol{\beta},\theta\right)\right\}$, digunakan untuk membantu mempermudah perhitungan untuk mendapatkan taksiran maksimum *likelihood* untuk parameter $\beta_0, \beta_1, ..., \beta_k$ dan θ, karena memaksimumkan fungsi log-*likelihood* akan akan memberikan hasil yang sama dengan memaksimumkan fungsi *likelihood*-nya.

fungsi log-*likelihood* sebagai berikut:

$$l(\boldsymbol{\beta}, \theta) = \sum_{i=1}^{n} \left[\ln\left(\prod_{r=0}^{y_i - 1} \left(1 + \theta r\right) \right) - \ln\left(y_i !\right) + y_i (\mathbf{X}_i^T \boldsymbol{\beta}) - \left(\theta^{-1} + y_i\right) \ln(1 + \theta \exp(\mathbf{X}_i^T \boldsymbol{\beta})) \right] \tag{2.20}$$

untuk mencari taksiran dari parameter-parameter, fungsi log-*likelihood* pada persamaan (2.20) diturunkan secara parsial terhadap masing-masing parameter yang bersesuaian kemudian disamadengankan nol, sehingga didapatkan persamaan-persamaan berikut:

turunan parsial terhadap β_0

$$\frac{\partial l\left(\boldsymbol{\beta}, \theta\right)}{\partial \beta_0} = \sum_{i=1}^{n} \left[\frac{y_i - \exp(\mathbf{X}_i^T \boldsymbol{\beta})}{1 + \theta \exp(\mathbf{X}_i^T \boldsymbol{\beta})} \right] \tag{2.21}$$

turunan parsial terhadap β_1

$$\frac{\partial l\left(\boldsymbol{\beta}, \theta\right)}{\partial \beta_1} = \sum_{i=1}^{n} \left[\frac{\left(y_i - \exp(\mathbf{X}_i^T \boldsymbol{\beta})\right) x_{i1}}{1 + \theta \exp(\mathbf{X}_i^T \boldsymbol{\beta})} \right] \tag{2.22}$$

karena turunan parsial terhadap β_0, β_1 memiliki hasil yang similar, maka dengan cara yang serupa untuk β_p, p =1,2, …, *k* diperoleh:

$$\frac{\partial l\left(\boldsymbol{\beta}, \theta\right)}{\partial \beta_p} = \sum_{i=1}^{n} \left[\frac{\exp(\mathbf{X}_i^T \boldsymbol{\beta})}{1 + \theta \exp(\mathbf{X}_i^T \boldsymbol{\beta})} \frac{\left(y_i - \exp(\mathbf{X}_i^T \boldsymbol{\beta})\right) x_{ip}}{\exp(\mathbf{X}_i^T \boldsymbol{\beta})} \right] \tag{2.23}$$

turunan pertama dari fungsi log-*likelihood* terhadap parameter dispersi θ adalah:

$$\frac{\partial l\left(\boldsymbol{\beta}, \theta\right)}{\partial \theta} = \sum_{i=1}^{n} \left[\sum_{r=0}^{y_i - 1} \frac{r}{1 + \theta r} + \theta^{-2} \ln\left(1 + \theta \exp(\mathbf{X}_i^T \boldsymbol{\beta})\right) - \frac{\left(\theta^{-1} + y_i\right) \exp(\mathbf{X}_i^T \boldsymbol{\beta})}{\left(1 + \theta \exp(\mathbf{X}_i^T \boldsymbol{\beta})\right)} \right] \tag{2.24}$$

turunan parsial kedua fungsi *likelihood* terhadap parameter koefisien regresi **β** adalah:

$$\frac{\partial^2 l(\boldsymbol{\beta},\theta)}{\partial\beta_0^2}=-\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{(1+\theta y_i)\exp(\mathbf{X}_i^T\boldsymbol{\beta})}{\left(1+\theta\exp(\mathbf{X}_i^T\boldsymbol{\beta})\right)^2}\right) \tag{2.25}$$

$$\frac{\partial^2 l(\boldsymbol{\beta},\theta)}{\partial\beta_0\partial\beta_p}=-\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{(1+\theta y_i)\ x_{\text{ip}}\exp(\mathbf{X}_i^T\boldsymbol{\beta})}{\left(1+\theta\exp(\mathbf{X}_i^T\boldsymbol{\beta})\right)^2}\right) \tag{2.26}$$

misalkan turunan parsial pertama dari $L(\boldsymbol{\beta},\theta)$terhadap β_j, $j \le p$ adalah:

$$\frac{\partial l(\boldsymbol{\beta},\theta)}{\partial\beta_p}=\sum_{i=1}^{n}\left[\frac{\left(y_i-\exp(\mathbf{X}_i^T\boldsymbol{\beta})\right)\ x_{\text{ip}}}{1+\theta\exp(\mathbf{X}_i^T\boldsymbol{\beta})}\right]=0$$

maka turunan parsial kedua dari $L(\boldsymbol{\beta},\theta)$terhadap β_u, $u \le p$ adalah:

$$\frac{\partial^2 l(\boldsymbol{\beta},\theta)}{\partial\beta_u\partial\beta_j}=\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{-(1+\theta y_i)\exp(\mathbf{X}_i^T\boldsymbol{\beta})x_{iu}x_{ij}}{\left(1+\theta\exp(\mathbf{X}_i^T\boldsymbol{\beta})\right)^2}\right) \tag{2.27}$$

ekspetasi dari turunan kedua log-*likelihood* adalah:

$$E\left(\frac{\partial^2 l(\boldsymbol{\beta},\theta)}{\partial\beta_u\partial\beta_j}\right)=\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{x_{iu}x_{ij}\exp(\mathbf{X}_i^T\boldsymbol{\beta})}{\left(1+\theta\exp(\mathbf{X}_i^T\boldsymbol{\beta})\right)}\right)=\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{-(1+\theta y_i)\exp(\mathbf{X}_i^T\boldsymbol{\beta})x_{iu}x_{ij}}{\left(1+\theta\exp(\mathbf{X}_i^T\boldsymbol{\beta})\right)^2}\right) \tag{2.28}$$

turunan kedua fungsi likelihood terhadap parameter dispersi θ adalah:

$$f''(\theta)=\frac{\partial^2 l(\boldsymbol{\beta},\theta)}{\partial\theta^2}=\sum_{i=1}^{n}\left[-\theta^{-3}\sum_{r=0}^{y_i-1}\frac{\left(2r+\theta^{-1}\right)}{\left(r+\theta^{-1}\right)^2}+2\theta^{-3}\ln\left(1+\theta\exp(\mathbf{X}_i^T\boldsymbol{\beta})\right)+\right.$$

$$\left.+\frac{\theta^{-2}\exp(\mathbf{X}_i^T\boldsymbol{\beta})}{\left(1+\theta\exp(\mathbf{X}_i^T\boldsymbol{\beta})\right)}+\frac{\left(y_i-\exp(\mathbf{X}_i^T\boldsymbol{\beta})\right)\left(1+2\theta\exp(\mathbf{X}_i^T\boldsymbol{\beta})\right)}{\left(\theta+\theta^2\exp(\mathbf{X}_i^T\boldsymbol{\beta})\right)^2}\right] \tag{2.29}$$

Langkah-langkah penaksiran parameter regresi binomial negatif dilakukan dengan metode iterasi numerik yaitu Newton-Raphson. Tujuan dari metode iterasi numerik tersebut adalah untuk memaksimumkan fungsi ln *likelihood*.

Algoritmanya dapat dituliskan sebagai berikut :

1. Pilih nilai taksiran awal parameter untuk $\boldsymbol{\beta}^*$, yaitu $\hat{\boldsymbol{\beta}}^{*T}_{(0)} = \begin{bmatrix}\hat{\theta}_0 & \hat{\beta}_1 & \dots & \hat{\beta}_k\end{bmatrix}$

   Penentuan nilai awal ini biasanya diperoleh dengan metode Ordinary Least Square (OLS), yaitu :

   $\hat{\boldsymbol{\beta}}^*_{(0)} = \left(\mathbf{X}^{\mathbf{T}}\mathbf{X}\right)^{-1}\mathbf{X}^{\mathbf{T}}\mathbf{Y}$

2. Membentuk vektor gradien $\boldsymbol{g}$,

$$\mathbf{g}^T\left(\boldsymbol{\beta}_{(m)}\right)_{(k+2)x1} = \left(\frac{\partial \ln l(\boldsymbol{\beta})}{\partial \theta} \frac{\partial \ln l(\boldsymbol{\beta})}{\partial \beta_{\mathbf{0}}}, \frac{\partial \ln l(\boldsymbol{\beta})}{\partial \beta_{\mathbf{1}}}, \dots, \frac{\partial \ln l(\boldsymbol{\beta})}{\partial \beta_k}\right)_{\boldsymbol{\beta}=\boldsymbol{\beta}_{(m)}}$$

   dengan k adalah banyaknya parameter yang ditaksir.

3. Membentuk matriks Hessian H:

$$\mathbf{H}\left(\boldsymbol{\beta}^*_{(m)}\right)_{(k+2)(k+2)} = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 \ln l(\boldsymbol{\beta})}{\partial \theta^2} & \frac{\partial^2 \ln l(\boldsymbol{\beta})}{\partial \theta \partial \beta_0} & \frac{\partial^2 \ln l(\boldsymbol{\beta})}{\partial \theta \partial \beta_1} & \cdots & \frac{\partial^2 \ln l(\boldsymbol{\beta})}{\partial \theta \partial \beta_k} \\ & \frac{\partial^2 \ln l(\boldsymbol{\beta})}{\partial {\beta_0}^2} & \frac{\partial^2 \ln l(\boldsymbol{\beta})}{\partial \beta_0 \partial \beta_1} & \cdots & \frac{\partial^2 \ln l(\boldsymbol{\beta})}{\partial \beta_0 \partial \beta_k} \\ & & \frac{\partial^2 \ln l(\boldsymbol{\beta})}{\partial {\beta_1}^2} & \cdots & \frac{\partial^2 \ln l(\boldsymbol{\beta})}{\partial \beta 1 \partial \beta_k} \\ & simetris & & \ddots & \vdots \\ & & & & \frac{\partial^2 \ln l(\boldsymbol{\beta})}{\partial {\beta_k}^2} \end{bmatrix}_{\boldsymbol{\beta}=\boldsymbol{\beta}(m)}$$

4. Memasukkan nilai $\hat{\boldsymbol{\beta}}_{(0)}$ ke dalam elemen-elemen vektor $\mathbf{g}$ dan matriks $\mathbf{H}$ sehingga diperoleh vektor $\mathbf{g}\left(\hat{\boldsymbol{\beta}}_{(0)}\right)$dan matriks $\mathbf{H}\left(\hat{\boldsymbol{\beta}}_{(0)}\right)$.

5. Mulai dari $m = 0$ dilakukan iterasi pada persamaan :

   $\boldsymbol{\beta}_{(m+1)} = \boldsymbol{\beta}_{(m)} - \mathbf{H}^{-1}\left(\boldsymbol{\beta}_{(m)}\right)\mathbf{g}\left(\boldsymbol{\beta}_{(m)}\right)$

   Nilai $\boldsymbol{\beta}_{(m)}$ merupakan sekumpulan penaksir parameter yang konvergen pada iterasi ke-m.

6. Penaksir parameter yang konvergen diperoleh jika $\left\|\boldsymbol{\beta}_{(m+1)} - \boldsymbol{\beta}_{(m)}\right\| \le \varepsilon$, jika belum diperoleh penaksir yang konvergen, maka dilanjutkan kembali langkah 5 hingga iterasi ke $m = m + 1$.

2.2.2 Pengujian Parameter Regresi Binomial Negatif Univariat

Uji kesesuaian model regresi binomial negatif dengan uji deviansi sebagai berikut:

$H_o : \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = ... = \beta_k = 0$

H_1 : paling sedikit ada satu $\beta_l \neq 0$, $l = 1,2,..k$

Statistik Uji:

$$\Lambda = \frac{L(\hat{\omega})}{L(\hat{\Omega})}$$

$$D(\hat{\boldsymbol{\beta}}) = -2\ln\Lambda = -2\ln\left(\frac{L(\hat{\omega})}{L(\hat{\Omega})}\right) = 2(\ln L(\hat{\Omega}) - \ln L(\hat{\omega})) \tag{2.30}$$

Kriteria Uji: H_o ditolak jika statistik uji $D(\hat{\boldsymbol{\beta}}) > \chi^2_{\alpha,v}$, $v = k+1$

Uji signifikasi individu variabel prediktornya dengan menggunakan uji Wald dengan hipotesis sebagai berikut:

$H_o : \beta_l = 0$

$H_1 : \beta_l \neq 0, l = 1,2,...,k$

Statistik Uji :

$$W_l = \left(\frac{\hat{\beta}_l}{se(\hat{\beta}_l)}\right)^2 \tag{2.31}$$

kriteria Uji: H_o ditolak jika statistik uji $W_l > \chi^2_{\alpha,1}$

2.3 Regresi Binomial Negatif Bivariat

Model regresi binomial negatif bivariat (Famoye, 2010) seperti pada persamaan berikut :

$$(Y_{1i}, Y_{2i}) \sim BNB(\mu_{1i}, \mu_{2i}, \tau)$$

$$\mu_{ji} = e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_j} \text{ ; } j = 1, 2 \tag{2.32}$$

$$\mathbf{x}_i = \begin{bmatrix} 1 & x_{1i} & x_{2i} & ... & x_{ki} \end{bmatrix}^T$$

$$\boldsymbol{\beta}_j = \left[\beta_{j0} \quad \beta_{j1} \quad \beta_{j2} \quad \dots \quad \beta_{jk}\right]^T$$

dimana $i = 1, 2, \cdots, n$, menunjukkan nomor observasi, observasi digunakan untuk model μ_i dan $\boldsymbol{\beta}_j$ menunjukkan vektor korespondensi dari koefisien regresi.

2.3.1 Penaksiran Parameter Regresi Binomial Negatif Bivariat

Menurut Park dan Lord (2008) penaksiran parameter dari regresi binomial negatif digunakan metode *Maximum Likelihood Estimator* (MLE) dengan prosedur iterasi *Newton Rhapson*. Penaksiran parameter regresi binomial negatif bivariat akan dilakukan lebih lanjut pada bab pembahasan.

2.3.2 Pengujian Parameter Regresi Binomial Negatif Bivariat

Uji kesesuaian model regresi binomial negatif bivariat dengan *Maximum Likelihood Estimator Test* (MLRT) deviansi sebagai berikut:

$H_0 : \beta_{j1} = \beta_{j2} = \beta_{j3} = \dots = \beta_{jk} = 0$; $j = 1, 2$

H_1 : paling sedikit ada satu $\beta_{jl} \neq 0; j = 1,2; l = 1,2,\dots,k$

Statistik uji:

$$\Lambda = \frac{L(\hat{\omega})}{L(\hat{\Omega})}$$

$$D(\hat{\boldsymbol{\beta}}) = -2\ln\Lambda = -2\ln\left(\frac{L(\hat{\omega})}{L(\hat{\Omega})}\right) = 2(\ln L(\hat{\Omega}) - \ln L(\hat{\omega})) \tag{2.33}$$

Kriteria uji: H_0 ditolak jika statitik uji $D\left(\hat{\boldsymbol{\beta}}\right) > \chi^2_{\alpha,v}$, $v = 2k+1$

Uji signifikasi individu variabel prediktornya dengan menggunakan uji Wald dengan hipotesis sebagai berikut:

$H_0 : \beta_{jl} = 0$

$H_1 : \beta_{jl} \neq 0;\ j = 1,2; l = 1,2,\dots,k$

Statistik Uji:

$$z = \frac{\hat{\beta}_{jl}}{se\left(\hat{\beta}_{jl}\right)} \tag{2.34}$$

Kriteria Uji: H_0 ditolak jika |z hitung| lebih besar dari $z_{\alpha/2}$.

Uji signifikasi parameter dispersi dengan menggunakan uji *Score test* (Cheon dkk, 2009) dengan hipotesis sebagai berikut:

$H_0: \tau = 0$

$H_1: \tau > 0$

Statistik Uji:

$$T = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left[\left(Y_{1i} + Y_{2i} - \hat{\mu}_{1i} - \hat{\mu}_{2i}\right)^2 - \left(Y_{1i} + Y_{2i}\right)\right]}{\sqrt{2\sum_{i=1}^{n}\left(\hat{\mu}_{1i} + \hat{\mu}_{2i}\right)^2}} \tag{2.35}$$

Kriteria uji: H_0 ditolak jika nilai statitik uji $T > \chi^2_{\alpha,1}$

2.4 Korelasi

Model regresi *count* bivariat digunakan ketika sepasang data *count* berkorelasi (Gurmu dan Elder, 2007). Langkah awal sebelum dilakukan pemodelan regresi *count* bivariat perlu dilakukan uji korelasi untuk kedua variabel respon. Apabila kedua variabel respon berkorelasi maka pemodelan regresi *count* bivariat dapat dilakukan.

Draper dan Smith (1992) koefisien korelasi merupakan suatu indikator dalam hubungan linier antara 2 variabel. Sedangkan koefisien korelasi untuk Y_1 dan Y_2 menurut Kawamura (1973) adalah seperti pada persamaan berikut :

$$\rho_{Y_1Y_2} = \frac{Cov\left(Y_1, Y_2\right)}{\sqrt{\mathrm{var}\left(Y_1\right)\mathrm{var}\left(Y_2\right)}} \tag{2.36}$$

Pada koefisien korelasi terdapat dua hubungan, yaitu positif dan negatif. Nilai positif dan negatif ini disebabkan nilai korelasi berkisar antara -1 hingga 1. Apabila nilai korelasi mendekati 1, baik itu positif maupun negatif hal tersebut berarti kedua variabel memiliki hubungan yang erat. Nilai korelasi 0 menunjukkan bahwa kedua variabel tidak meiliki hubungan erat. Nilai korelasi yang positif menunjukkan adanya hubungan berbanding lurus pada 2 variabel tersebut, sedangkan nilai korelasi yang negatif menunjukkan hubungan yang berbanding terbalik.

Pengujian korelasi untuk variabel respon dengan hipotesis sebagai berikut :

H_0 : Tidak ada hubungan antara Y_1 dan Y_2

H_1 : Terdapat hubungan antara Y_1 dan Y_2

$$\text{Statistik Uji : } t = \frac{r_{xy}\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-\left(r_{xy}\right)^2}} \text{ , dengan } r_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(x-\overline{x}\right)\left(y-\overline{y}\right)}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left(x-\overline{x}\right)^2\sum_{i=1}^{n}\left(y-\overline{y}\right)^2}} \qquad (2.37)$$

Jika nilai $t_{hitung} > t_{tabel}$ maka H_0 ditolak.

2.5 Uji Multikolinearitas

Analisis regresi yang melibatkan beberapa variabel prediktor memerlukan adanya pemenuhan asumsi yaitu tidak terjadinya multikolinieritas. Multikolinieritas berarti tidak terdapatnya korelasi atau hubungan antara satu variabel prediktor dengan prediktor lainnya. Pendeteksian adanya multikolinieritas menurut Hocking (1996) adalah dengan melihat nilai Variance Inflation Factor (VIF). VIF_j secara umum dituliskan sebagai berikut:

$$VIF_j = \frac{1}{1-R_j^2} \text{ , j=1,2,...,k dimana } R_j^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(\hat{y}_i-\overline{y}\right)^2}{\sum_{i=1}^{n}\left(y_i-\overline{y}\right)^2} \qquad (2.38)$$

R_j^2 dalah koefisien determinasi untuk regresi prediktor ke-j pada prediktor-prediktor lainnya. Nilai R_j^2 akan sama dengan nol dan VIF akan bernilai satu apabila variabel prediktor tidak saling linier pada model regresi. Nilai VIF besar mengindikasikan adanya multikolinieritas diantara variabel-variabel prediktor.

2.6 Kebaikan Model

Berbagai metode statistik digunakan untuk mengukur kebaikan model. Salah satu metode yang digunakan untuk mengukur kebaikan model regresi binomial negatif adalah *Response Residuals* yaitu perbedaan nilai observasi dengan nilai prediksi, nilai *response residual* yang kecil menunjukkan model yang baik, artinya nilai prediksi mendekati nilai sebenarnya (Hardin dan Hilbe, 2007).

Dengan rumus sebagai berikut:

$$r_{ji}^{R} = \left(y_{ji} - \hat{\mu}_{ji} \right) \; ; j = 1,2; i = 1,2,...,\mathrm{n}. \qquad (2.39)$$

dimana r_{ji}^{R} = *Response Residual*s

y_{ji} = Nilai observasi

$\hat{\mu}_{ji}$ = Nilai prediksi

2.7 Kematian Bayi dan Kematian Ibu

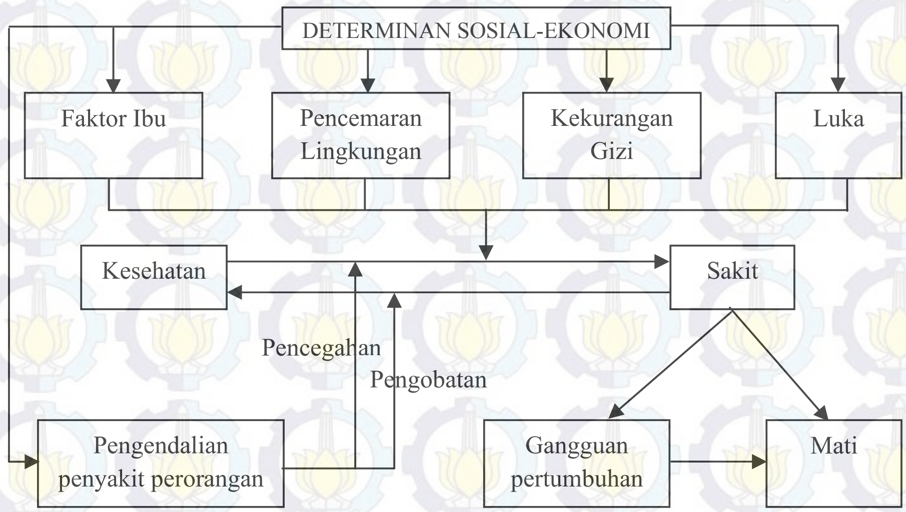
2.7.1 Definisi Kematian Bayi dan Kematian Ibu

Kematian bayi adalah kematian yang terjadi antara saat setelah bayi lahir sampai bayi belum berusia tepat satu tahun (Dinkes, 2013). Kematian ibu adalah kematian seorang wanita yang terjadi dari suatu penyebab kematian terkait dengan gangguan kehamilan atau penanganannya (tidak termasuk kecelakaan atau kasus insedentil) selama kehamilan, melahirkan dan dalam masa nifas (42 hari setelah melahirkan) tanpa memperhitungkan lama kehamilan (Dinkes, 2013).

2.7.2 Determinan Kematian Bayi

Mosley dan Chen (1984) mengajukan konsep determinan mortalitas bayi dan anak dengan bahasa dan wawasan yang diharapkan dapat berlaku secara umum bagi semua disiplin ilmu terutama bidang kedokteran dan sosial sebagai landasan konseptual dalam menelaah penyebab kematian bayi dan anak di negara berkembang. Konsep ini dikenal dengan konsep determinan proksi mortalitas anak. Konsep ini mendefinisikan kembali istilah “penyebab kematian”. Para ilmuwan kedokteran dan sosial umumnya sepakat bahwa penyakit infeksi dan kurang gizi merupakan penyebab utama tingginya angka kematian bayi dan anak di negara berkembang. Hal ini secara biologis memang benar, tapi pernyataan ini dikatakan seperti halnya mengatakan bahwa kelahiran disebabkan oleh kehamilan. Padahal baik penyakit maupun kehamilan merupakan konsekuensi interaksi biososial. Mosley dan Chen berpendapat bahwa pendekatan yang lebih bermanfaat dalam menelaah penyebab mortalitas adalah dengan menjelaskan dan menilai atau mengukur interaksi biososial tersebut. Interaksi biososial ini diistilahkan atau dikenal dengan variabel antara.

Kerangka Konseptual Determinan Proksi Kematian Bayi Menurut Mosley dan Chen (1984) seperti pada gambar dibawah ini:



Gambar 2.1 Kerangka Konseptual Determinan Proksi Kematian Bayi Menurut Mosley dan Chen (1984).

Kerangka konsep determinan mortalitas anak dari Mosley dan Chen (1984) didasarkan pada premis sebagai berikut:

a. Pada situasi optimum, lebih dari 97 % bayi lahir dapat mencapai ulang tahunnya yang pertama.
b. Reduksi angka kematian pada penduduk manapun selalu sebagai akibat bekerjanya faktor sosial, ekonomi, biologi, dan lingkungan.
c. Determinan sosial ekonomi (variabel independen) harus bekerja melalui variabel antara yang selanjutnya berpengaruh terhadap risiko penyakit dan hasil dari proses penyakit.
d. Gambaran penyakit tertentu dan defisiensi gizi pada penduduk yang "*survive*" dapat dianggap sebagai indikator biologis dari mekanisme kerja variabel antara.
e. Gangguan pertumbuhan dan akhirnya kematian pada anak (variabel dependen) merupakan konsekuensi dari proses morbiditas secara kumulatif termasuk interaksi biososialnya.

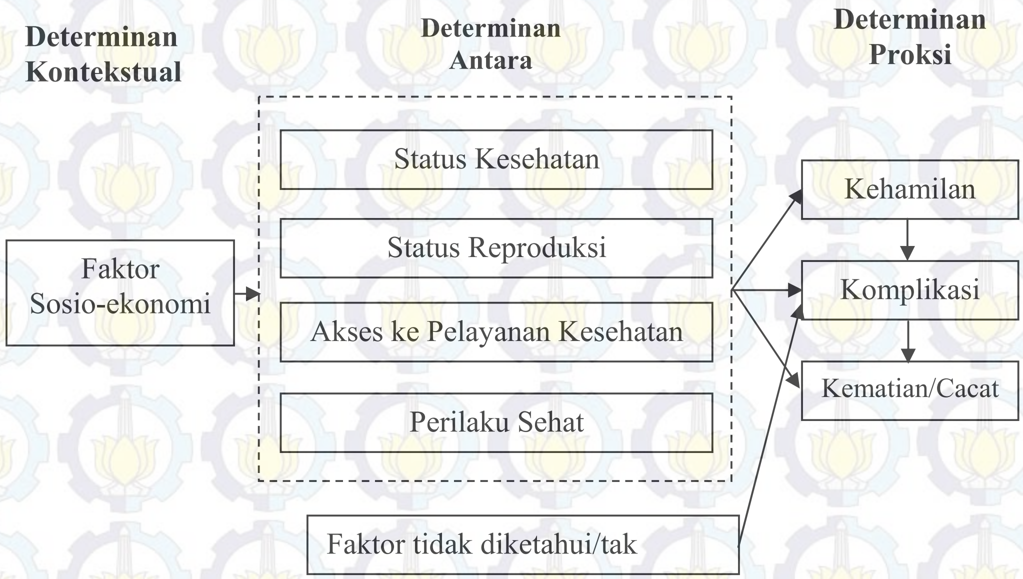
Kunci dari kerangka konsep adalah mengidentifikasi variabel antara yang secara langsung berpengaruh terhadap risiko morbiditas dan mortalitas. Variabel antara dikelompokkan menjadi 5 kategori, yaitu: faktor *maternal*, pencemaran lingkungan, kekurangan gizi, kecelakaan, dan higiene perorangan. Dari konsep determinan proksi mortalitas Mosley dan Chen, dapat disimpulkan bahwa faktor sosio-ekonomi merupakan faktor penentu primer dari mortalitas bayi dan anak. Namun, pengaruh faktor sosio-ekonomi ini bersifat tidak langsung, yaitu harus melalui mekanisme variabel antara atau interaksi biososial, baru kemudian timbul morbiditas, dan apabila tidak sembuh, bayi atau anak menjadi cacat atau meninggal. Faktor sosio-ekonomi dapat berada pada tingkat individu, keluarga, dan masyarakat. Dalam konsep ini, penyakit dan gangguan gizi bukan merupakan variabel independen atau faktor penyebab, tapi lebih merupakan indikator yang merefleksikan mekanisme kerja variabel antara.

2.7.3 Determinan Kematian Ibu

Kerangka konsep klasik yang sampai sekarang masih digunakan dalam membahas determinan kematian ibu adalah model yang dipresentasikan oleh McCarthy and Maine (1992). McCarthy dan Maine (1992) mengemukakan bahwa peran determinan kematian ibu sebagai keadaan yang melatar belakangi dan menjadi penyebab langsung serta tidak langsung dari kematian ibu. Kerangka analisis ini dibuat melalui pendekatan-pendekatan seperti keadaan penduduk, fertilitas, dan kelangsungan hidup anak. Kerangka tersebut dapat dikembangkan dengan spesifikasi biologis, mekanisme perbuatan, sosial, ekonomi, dan budaya. Kerangka ini dapat digunakan di negara-negara berkembang dengan mempertimbangkan pendekatan-pendekatan tersebut.

Determinan kematian ibu menurut McCarthy dan Maine (1992) dapat dikelompokkan menjadi determinan proksi/dekat (*outcome*), determinan antara (*intermediate determinants*), dan determinan kontekstual/jauh (*distant determinants*). Status ibu, status keluarga, dan status masyarakat (determinan kontekstual) sebelum mempengaruhi kejadian kehamilan, komplikasi, dan kematian ibu (determinan proksi) terlebih dahulu mempengaruhi status kesehatan, status reproduksi, akses ke pelayanan kesehatan, dan perilaku sehat (determinan antara).

Kerangka konsep Determinan Kematian Ibu Menurut McCarthy Dan Maine (1992) adalah sebagai berikut:



Gambar 2.2 Kerangka Konsep Determinan Kematian Ibu Menurut Mccarthy Dan Maine (1992).

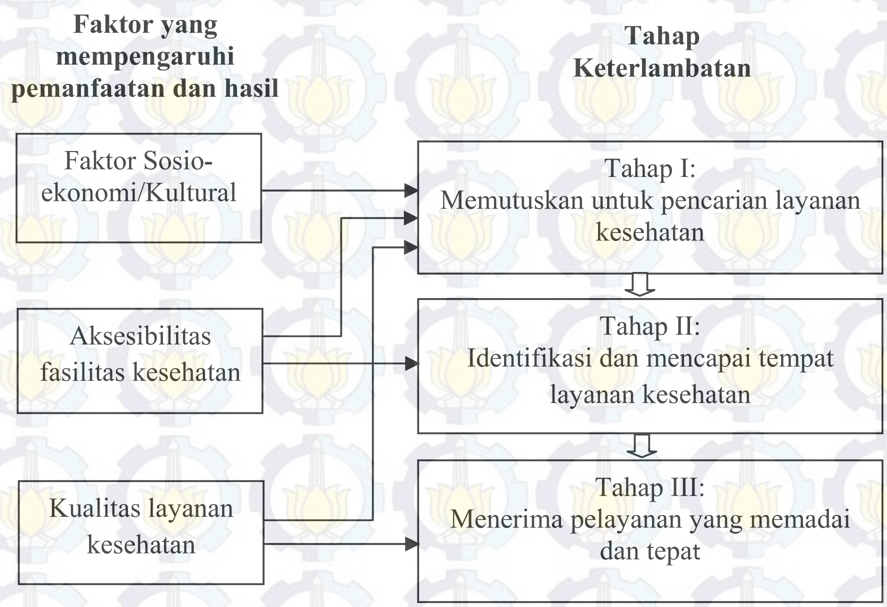
1. Determinan Proksi dipengaruhi oleh determinan antara yang meliputi:
   a. Kejadian kehamilan dimana perempuan yang hamil memiliki risiko untuk mengalami komplikasi, sedangkan perempuan yang tidak hamil tidak memiliki risiko tersebut.
   b. Komplikasi kehamilan dan persalinan, merupakan penyebab langsung kematian ibu, yaitu perdarahan, infeksi, eklamsia, partus macet, dan ruptura uterus. Intervensi yang dilakukan untuk mengatasi komplikasi obstetri ini merupakan intervensi jangka pendek yang hasilnya dapat segera terlihat dalam bentuk penurunan AKI.
2. Determinan antara dipengaruhi oleh determinan kontekstual dan meliputi:
   a. Status kesehatan antara lain status gizi, penyakit infeksi, anemia, penyakit menahun seperti TBC, penyakit jantung, ginjal, dan riwayat komplikasi. Status kesehatan ibu sebelum maupun pada saat kehamilan berpengaruh besar terhadap kemampuan ibu dalam menghadapi komplikasi.

b. Status reproduksi antara lain usia ibu hamil, jumlah kelahiran (semakin banyak jumlah kelahiran yang dialami oleh seorang ibu semakin tinggi risikonya untuk mengalami komplikasi), status perkawinan (perempuan yang tidak menikah cenderung kurang memperhatikan kesehatan diri dan janin yang dikandungnya selama kehamilan dengan tidak melakukan pemeriksaan kehamilan, yang menyebabkan tidak terdeteksinya kelainan yang dapat mengakibatkan terjadinya komplikasi).
c. Akses terhadap pelayanan kesehatan yang meliputi keterjangkauan lokasi tempat pelayanan (tempat pelayanan yang lokasinya tidak strategis/sulit dicapai oleh para ibu menyebabkan berkurangnya akses ibu hamil terhadap pelayanan kesehatan), jenis dan kualitas pelayanan yang tersedia (jenis dan kualitas pelayanan yang kurang memadai menyebabkan rendahnya akses ibu hamil terhadap pelayanan kesehatan berkualitas), dan keterjangkauan informasi (informasi yang kurang menyebabkan rendahnya penggunaan pelayanan kesehatan yang tersedia).
d. Perilaku sehat meliputi penggunaan alat kontrasepsi (ibu ber-KB akan lebih jarang melahirkan dibandingkan dengan ibu yang tidak ber-KB), pemeriksaan kehamilan (ibu yang melakukan pemeriksaan kehamilan secara teratur akan terdeteksi masalah kesehatan dan komplikasinya), penolong persalinan (ibu yang ditolong oleh dukun berisiko lebih besar mengalami kematian dibandingkan dengan ibu yang melahirkan ditolong oleh tenaga kesehatan).
e. Faktor-faktor lain yang tidak diketahui atau tidak terduga adalah suatu keadaan di samping hal-hal di atas, terdapat keadaan yang mungkin terjadi secara tiba-tiba dan tidak terduga yang dapat menyebabkan terjadinya komplikasi selama hamil atau melahirkan.

3. Determinan Kontekstual yang meliputi determinan sosial, ekonomi, dan budaya yang meliputi:
   a. Status perempuan dalam keluarga dan masyarakat termasuk di dalamnya antara lain tingkat pendidikan (wanita yang berpendidikan lebih tinggi cenderung lebih memperhatikan kesehatan diri dan keluarganya).

b. Status keluarga dalam masyarakat: penghasilan keluarga, kekayaan keluarga, tingkat pendidikan, dan status pekerjaan anggota keluarga, juga dapat berpengaruh terhadap risiko kematian ibu.
c. Status masyarakat yang meliputi tingkat kesejahteraan, ketersediaan sumber daya (misalnya jumlah dokter dan pelayanan kesehatan yang tersedia), serta ketersediaan dan kemudahan transportasi. Status masyarakat umumnya terkait pula pada tingkat kemakmuran suatu negara serta besarnya perhatian pemerintah terhadap masalah kesehatan.

Di samping kerangka konsep di atas, juga dikenal konsep penyebab kematian ibu berdasarkan Tiga Terlambat (*the Three Delays*) seperti digambarkan di bawah ini.

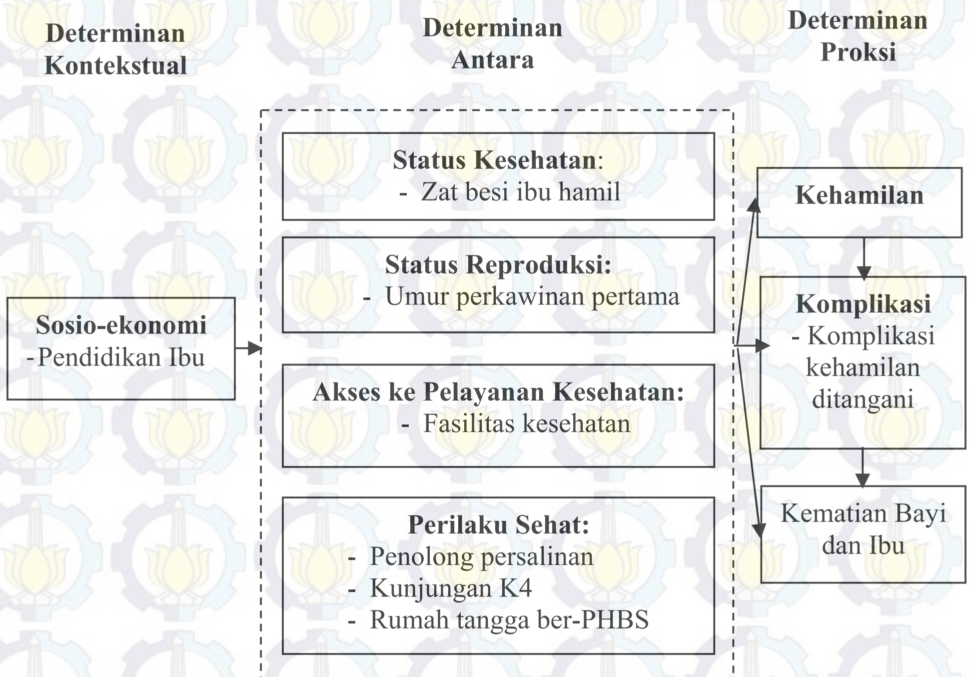


Gambar 2.3 Kerangka Konseptual Model Tiga Keterlambatan Penyebab Kematian Ibu Menurut Thaddeus Dan Maine (1994).

Menurut Thaddeus dan Maine (1994) terlambat pertama adalah terlambat memutuskan untuk pencarian layanan kesehatan, terlambat kedua adalah terlambat mengidentifikasi dan mencapai tempat layanan kesehatan, dan terlambat ketiga adalah terlambat menerima layanan yang memadai dan tepat. Terlambat pertama berhubungan dengan masalah kultural seperti status perempuan sebagai penentu kebijakan dan pengambil keputusan, juga dipengaruhi oleh aksesibilitas terhadap layanan kesehatan dan kualitas layanan yang diberikan. Akses (terutama geografis dan finansial) juga memengaruhi terjadinya terlambat dua, sedangkan terlambat tiga terutama dipengaruhi oleh kualitas layanan kesehatan.

2.7.4 Faktor-Faktor yang Diduga Mempengaruhi Kematian Bayi dan Kematian Ibu di Propinsi Jawa Timur.

Kerangka konsep kematian bayi oleh Mosley dan Chen dan kematian ibu oleh McCarthy dan Maine, Thaddeus dan Maine di atas menyajikan dasar bagi analisis lebih jauh mengenai hubungan antar variabel independen dan dependen dalam hal kematian bayi dan ibu di Provinsi Jawa Timur. Dalam penelitian ini dilakukan beberapa modifikasi terhadap model McCarthy and Maine (1992) seperti berikut ini:



Gambar 2.4 Model Konseptual Hubungan Kematian Bayi dan Ibu dengan Faktor-Faktor yang Mempengaruhinya di Provinsi Jawa Timur Tahun 2013.

Faktor-faktor yang diduga mempengaruhi kematian bayi dan kematian ibu di Provinsi Jawa Timur adalah sebagai berikut:

1. Determinan Proksi yaitu komplikasi kehamilan resiko tinggi.

   Komplikasi kehamilan dan persalinan, merupakan penyebab langsung kematian ibu, yaitu perdarahan, infeksi, eklamsia, partus macet, dan ruptura uterus. Intervensi yang dilakukan untuk mengatasi komplikasi obstetri ini merupakan intervensi jangka pendek yang hasilnya dapat segera terlihat dalam bentuk penurunan AKI (Dinkes, 2013).

2. Determinan Antara

   a. Ibu hamil mendapatkan tablet Fe3.

      Upaya pencegahan dan penanggulangan Anemia Gizi Besi dilaksanakan melalui pemberian Tablet Tambah Darah (TTD) yang diprioritaskan pada ibu hamil, karena prevalensi Anemia pada kelompok ini cukup tinggi. Di samping itu, kelompok ibu hamil merupakan kelompok rawan yang sangat berpotensi memberi kontribusi terhadap tingginya Angka Kematian Ibu (AKI). Untuk mencegah Anemia Gizi pada ibu hamil dilakukan suplementasi TTD dengan dosis pemberian sehari sebanyak 1 (satu) tablet (60 mg Elemental Iron dan 0,25 mg Asam Folat) berturut-turut minimal 90 hari selama masa kehamilan (Dinkes, 2013)

   b. Umur perkawinan pertama wanita di bawah 18 tahun.

      Usia perkawinan pertama bagi seorang wanita berpengaruh terhadap risiko kehamilan dan kelahiran anaknya. Semakin muda usia perkawinannya semakin besar risiko yang diihadapi selama kehamilan dan kelahiran baik bagi ibu maupun anaknya. Anak yang dilahirkan oleh ibu yang terlalu muda cenderung memiliki risiko sakit dan meninggal lebih besar. Hal ini dapat terjadi karena belum matangnya rahim wanita muda untuk proses berkembangnya janin dan melahirkan. Ada hubungan yang kuat antara pola fertilitas ibu dengan resiko kelangsungan hidup anak. Pada umumnya, bayi mempunyai probabilitas kematian yang lebih tinggi jika mereka dilahirkan oleh ibu yang terlalu muda dan terlalu tua.

c. Fasilitas kesehatan.

Menurut Maine dan Thaddeus (1994) penyebab kematian tiga terlambat berkaitan dengan fasilitas layanan kesehatan. McCarthy dan Maine (1992) mengemukakan bahwa salah satu determinan kontekstual kematian ibu adalah status masyarakat yaitu ketersediaan pelayanan kesehatan. Disamping penolong persalinan, kematian ibu terkait erat dengan tempat/fasilitas persalinan. Persalinan di fasilitas kesehatan terbukti berkontribusi terhadap turunnya risiko kematian ibu (Dinkes, 2013).

d. Penolong persalinan oleh tenaga kesehatan.

McCarthy dan Maine (1992) salah satu determinan kontekstual adalah perilaku sehat yaitu penolong persalinan. Persalinan yang ditolong tenaga kesehatan terbukti berkontribusi terhadap turunnya risiko kematian ibu. (Dinkes, 2013).

e. Kunjungan Ibu Hamil K4

Ibu hamil yang mendapatkan pelayanan antenatal sesuai standar paling sedikit empat kali, dengan distribusi pemberian pelayanan yang dianjurkan adalah minimal satu kali pada triwulan pertama, satu kali pada triwulan kedua dan dua kali pada triwulan ketiga umur kehamilan. Pelayanan yang mencakup minimal : (1) Timbang badan dan ukur tinggi badan, (2) Ukur tekanan darah, (3) Nilai status gizi (ukur lingan lengan atas), (4) (ukur) tinggi fundus uteri, (5) Tentukan presentasi janin & denyut jantung janin(DJJ), (6) Skrining status imunisasi tetanus (dan pemberian Tetanus Toksoid), (7) Pemberian tablet besi (90 tablet selama kehamilan), (8) Test laboratorium sederhana (Hb, Protein Urine) dan atau berdasarkan indikasi (HbsAg, Sifilis, HIV, Malaria, TBC), (9) Tata laksana kasus, (10) Temu wicara (pemberian komunikasi interpersonal dan konseling (Dinkes, 2013).

f. Rumah Tangga ber PHBS (Perilaku Hidup Bersih dan Sehat)

Rumah tangga yang seluruh anggotanya berperilaku hidup bersih dan sehat, yang meliputi 10 indikator, yaitu pertolongan persalinan oleh tenaga kesehatan, bayi diberi ASI eksklusif, balita ditimbang setiap bulan, menggunakan air bersih, mencuci tangan dengan air bersih dan sabun, menggunakan jamban sehat, memberantas jentik di rumah sekali seminggu, makan sayur dan buah setiap hari, melakukan aktivitas fisik setiap hari, dan tidak merokok di dalam rumah (Dinkes, 2013).

3. Determinan Kontekstual yaitu pendidikan ibu

   Tingkat pendidikan ibu dapat mempengaruhi kelangsungan hidup anak karena mempengaruhi pilihannya dan kemampuannya dalam pemeliharaan kesehatan terkait dengan kontrasepsi, gizi, kebersihan, pencegahan penyakit dan perawatan anak saat sakit (Mosley dan Chen, 1984).

(Halaman ini sengaja dikosongkan)

BAB 3
METODOLOGI PENELITIAN

3.1 Kajian Teori

Kajian teori akan dibahas mengenai penaksiran parameter dan pengujian hipotesis model regresi binomial negatif bivariat secara teori statistik.

3.1.1 Mengkaji Penaksir Parameter Model Regresi Binomial Negatif Bivariat

Untuk mengkaji penaksir parameter model regresi binomial negatif bivariat dilakukan langkah-langkah sebagai berikut :

1. Menentukan fungsi kemungkinan (*likelihood function*) dari model binomial negatif bivariat, yaitu $L\left(\tau, \boldsymbol{\beta}_1, \boldsymbol{\beta}_2\right)$.
2. Menentukan logaritma natural dari fungsi kemungkinan (*likelihood function*) yang diperoleh dari langkah sebelumnya $Q = \ln L\left(\tau, \boldsymbol{\beta}_1, \boldsymbol{\beta}_2\right)$.
3. Mencari turunan parsial pertama dari fungsi ln *likelihood*

$$\mathbf{g}^T\left(\boldsymbol{\theta}\right) = \left(\left(\frac{\partial Q}{\partial \tau}\right), \left(\frac{\partial Q}{\partial \boldsymbol{\beta}_1}\right)^T, \left(\frac{\partial Q}{\partial \boldsymbol{\beta}_2}\right)^T\right)^T$$

4. Mencari turunan parsial kedua dari fungsi ln *likelihood*

$$\mathbf{H}\left(\boldsymbol{\theta}\right) = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial^2 \mathrm{Q}}{\partial \tau^2} & \dfrac{\partial^2 \mathrm{Q}}{\partial \tau \partial \boldsymbol{\beta}_1} & \dfrac{\partial^2 \mathrm{Q}}{\partial \tau \partial \boldsymbol{\beta}_2} \\ & \dfrac{\partial^2 \mathrm{Q}}{\partial \boldsymbol{\beta}_1 \partial \boldsymbol{\beta}_1^{\mathrm{T}}} & \dfrac{\partial^2 \mathrm{Q}}{\partial \boldsymbol{\beta}_1 \partial \boldsymbol{\beta}_2^{\mathrm{T}}} \\ \textit{simetris} & & \dfrac{\partial^2 \mathrm{Q}}{\partial \boldsymbol{\beta}_2 \partial \boldsymbol{\beta}_2^{\mathrm{T}}} \end{bmatrix}$$

5. Mendapatkan nilai penaksir parameter dengan iterasi *Newton-Raphson.*

3.1.2 Mengkaji Bentuk Statistik Uji Model Regresi Binomial Negatif Bivariat

Langkah-langkah untuk mengkaji bentuk statistik uji model regresi binomial negatif bivariat adalah sebagai berikut :

Pengujian hipotesis secara serentak :

1. Membentuk hipotesis untuk menguji model regresi binomial negatif bivariat.

$H_0 : \beta_{j1} = \beta_{j2} = ... = \beta_{jk} = 0$, $j = 1, 2$

H_1 : paling sedikit ada satu $\beta_{jl} \neq 0$; $j = 1, 2$; $l = 1, 2, ..., k$

2. Menentukan himpunan parameter-parameter di bawah H_0 (ω).
3. Membuat fungsi *likelihood* di bawah H_0 $L(\omega)$.
4. Menentukan himpunan parameter-parameter di bawah populasi (Ω).
5. Membuat fungsi *likelihood* di bawah populasi $L(\Omega)$.
6. Menentukan penaksir parameter dengan metode MLE dan diperoleh $(\hat{\omega})$ dan $(\hat{\Omega})$.
7. Menentukan statistik uji dengan menggunakan metode *Maximum Likelihood Ratio Test* (MLRT).
8. Menentukan daerah penolakan H_0.

Pengujian hipotesis secara parsial :

1. Hipotesis untuk menguji signifikansi parameter β.

   $H_0 : \beta_{jl} = 0$

   $H_1 : \beta_{jl} \neq 0; j = 1, 2 ; l = 1, 2, ..., k$
2. Menentukan statistik uji.
3. Menentukan daerah penolakan H_0.

3.2 Kajian Terapan

Sebagai studi kasus dalam penelitian ini, digunakan data jumlah kematian bayi dan jumlah kematian ibu di Provinsi Jawa Timur Tahun 2013 sebagai model kematian bayi dan kematian ibu dengan pendekatan model regresi binomial negatif bivariat.

3.2.1 Sumber Data

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data sekunder yang berasal dari Data Profil Dinas Kesehatan Propinsi Jawa Timur Tahun 2013 dan Data Survei Sosial Ekonomi Nasional (SUSENAS) Provinsi Jawa Timur Tahun

2013. Pada penelitian ini yang dijadikan sebagai unit observasi adalah kabupaten/kota di Jawa Timur. Propinsi Jawa Timur terdiri dari 29 kabupaten dan 9 kota, sehingga unit observasi sebanyak 38 kabupaten/kota.

3.2.2 Variabel Penelitian

Variabel penelitian yang digunakan dalam penelitian ini terdiri dari dua variabel respon (Y) dan delapan variabel prediktor (X) pada Lampiran 1. Variabel dalam penelitian ini seperti pada tabel 3.1

Tabel 3.1 Variabel Penelitian

Variabel	Keterangan
Y_1	Jumlah kematian bayi
Y_2	Jumlah kematian ibu
X_1	Persentase persalinan oleh tenaga kesehatan
X_2	Persentase ibu hamil mendapatkan tablet Fe3
X_3	Persentase komplikasi kebidanan ditangani
X_4	Persentase wanita kawin dengan umur perkawinan pertama dibawah usia 18 tahun
X_5	Persentase wanita kawin dengan tingkat pendidikan SD kebawah
X_6	Persentase tenaga kesehatan
X_7	Persentase rumah tangga ber-PHBS
X_8	Persentase ibu hamil melaksanakan program K4

Sumber : Profil Kesehatan Propinsi Jawa Timur dan BPS Provinsi Jawa Timur

Definisi operasional variabel penelitian sebagai berikut:

1. Jumlah kematian bayi adalah jumlah kematian yang terjadi pada bayi sebelum mencapai usia satu tahun di tiap kabupaten dan kota di Jawa Timur.
2. Jumlah kematian ibu adalah jumlah kematian perempuan pada saat hamil dan atau kematian dalam kurun waktu 42 hari sejak terminasi kehamilan tanpa memandang lamanya kehamilan atau tempat persalinan, yakni kematian yang disebabkan karena kehamilannya atau pengelolaannya, tetapi bukan karena sebab-sebab lain seperti kecelakaan, terjatuh, dll di tiap kabupaten dan kota di Jawa Timur.

3. Persentase persalinan oleh tenaga kesehatan adalah jumlah ibu bersalin yang ditolong oleh tenaga kesehatan yang memiliki kompetensi kebidanan (dokter kandungan dan kebidanan, dokter umum, dan bidan) di satu wilayah kerja pada kurun waktu tertentu dibagi dengan jumlah ibu bersalin di satu wilayah kerja pada kurun waktu yang sama dikali 100 persen.
4. Persentase ibu hamil mendapatkan tablet Fe3 adalah jumlah ibu hamil yang mendapat (90) tablet Fe3 selama periode kahamilannya pada wilayah dan kurun waktu tertentu dibagi jumlah ibu hamil pada wilayah dan kurun waktu yang sama dikali 100 persen.
5. Persentase komplikasi kebidanan ditangani adalah jumlah ibu hamil, ibu bersalin dan ibu nifas dengan komplikasi yang ditangani oleh tenaga kesehatan dibagi 20% dari jumlah sasaran ibu hamil dalam 1 tahun dikali 100 persen.
6. Persentase wanita kawin dengan umur perkawinan pertama dibawah usia 18 tahun adalah jumlah wanita kawin dengan umur perkawinan pertama dibawah usia 18 tahun dibagi jumlah wanita kawin dikali 100 persen.
7. Persentase wanita kawin dengan tingkat pendidikan SD kebawah adalah jumlah wanita kawin dengan tingkat pendidikan SD kebawah dibagi jumlah wanita kawin dikali 100 persen.
8. Persentase tenaga kesehatan adalah jumlah tenaga kesehatan yang memberikan pelayanan kesehatan di Puskesmas, RS dan sarana pelayanan kesehatan lain di suatu wilayah pada kurun waktu tertentu dibagi jumlah penduduk di wilayah pada tahun yang sama kali 100 persen.
9. Persentase rumah tangga ber-PHBS adalah jumlah rumah tangga Berperilaku Hidup Bersih dan Sehat (PHBS) di suatu wilayah pada kurun waktu tertentu dibagi jumlah rumah tangga yang dipantau di wilayah tertentu dan pada kurun waktu yang sama kali 100 persen.
10. Persentase ibu hamil melaksanakan program K4 adalah jumlah ibu hamil yang memperoleh pelayanan antenatal K4 sesuai standar di satu wilayah kerja pada kurun waktu tertentu dibagi jumlah seluruh ibu hamil di satu wilayah kerja dalam kurun waktu yang sama dikali 100 persen.

Struktur data untuk penelitian ini ditunjukkan pada Tabel 3.2.

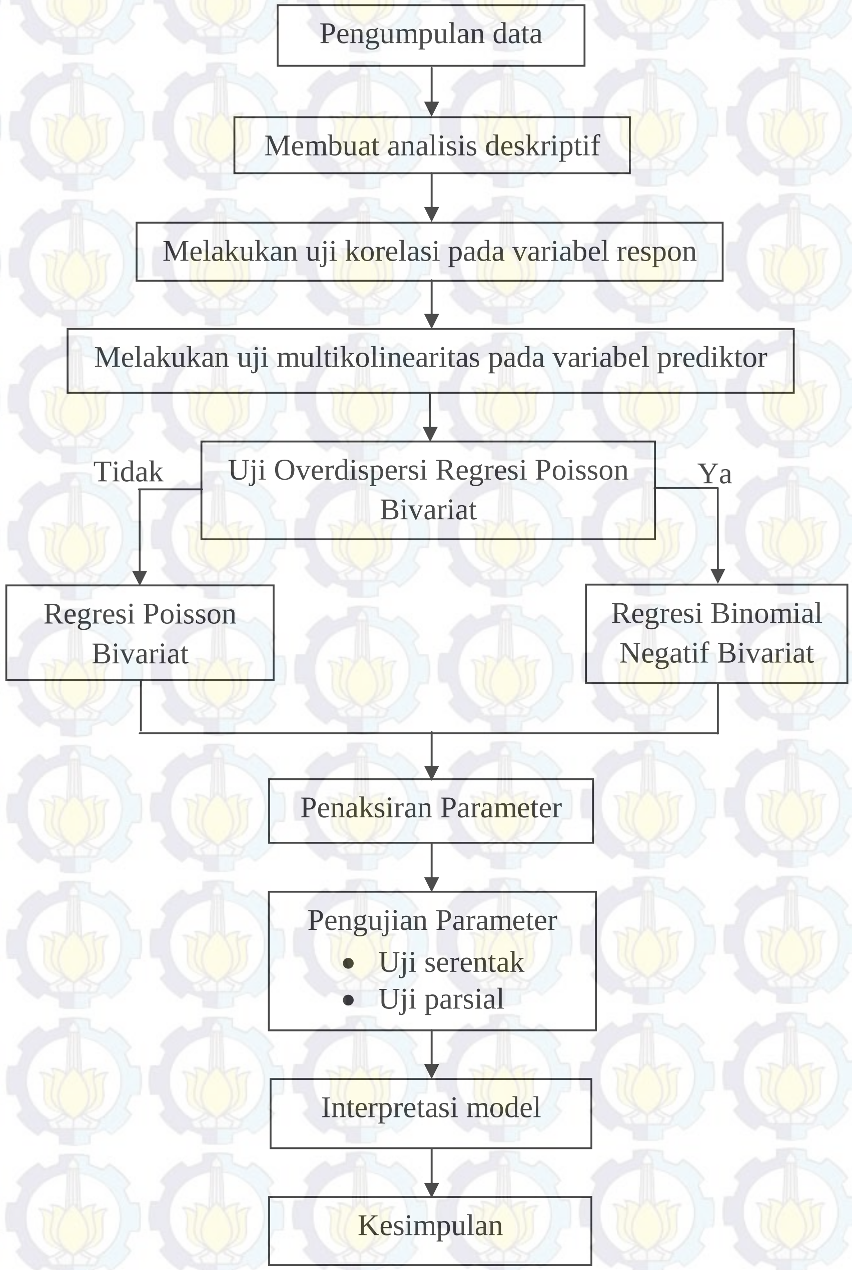
Tabel 3.2 Struktur Data dalam Penelitian

Wilayah	Y_1	Y_2	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8
1	$y_{1.1}$	$y_{2.1}$	$x_{1.1}$	$x_{2.1}$	$x_{3.1}$	$x_{4.1}$	$x_{5.1}$	$x_{6.1}$	$x_{7.1}$	$x_{8.1}$
2	$y_{1.2}$	$y_{2.2}$	$x_{1.2}$	$x_{2.2}$	x_{32}	$x_{4.2}$	$x_{5.2}$	$x_{6.2}$	$x_{7.2}$	$x_{8.2}$
3	$y_{1.3}$	$y_{2.3}$	$x_{1.3}$	$x_{2.3}$	x_{33}	$x_{4.3}$	$x_{5.3}$	$x_{6.3}$	$x_{7.3}$	$x_{8.3}$
4	$y_{1.4}$	$y_{2.4}$	$x_{1.4}$	$x_{2.4}$	$x_{3.4}$	$x_{4.4}$	$x_{5.4}$	$x_{6.4}$	$x_{7.4}$	$x_{8.4}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
38	$y_{1.38}$	$y_{2.38}$	$x_{1.38}$	$y_{2.38}$	$x_{3.38}$	$x_{4.38}$	$x_{5.38}$	$x_{6.38}$	$x_{7.38}$	$x_{8.38}$

3.2.3 Tahapan Penelitian

Untuk menentukan faktor-faktor yang berpengaruh terhadap jumlah kematian bayi dan jumlah kematian ibu di Provinsi Jawa Timur tahun 2013 dengan pendekatan model regresi binomial negatif bivariat dilakukan langkah-langkah sebagai berikut :

1. Membuat analisis deskriptif terhadap variabel respon dan variabel prediktor.
2. Menguji korelasi untuk variabel respon.
3. Mendeteksi kasus multikolinearitas dari variabel prediktor dengan menggunakan kriteria uji VIF.
4. Melakukan pengujian overdispersi untuk regresi poisson bivariat.
5. Menangani adanya overdispersi dengan menggunakan regresi binomial negatif bivariat.
6. Melakukan penaksiran parameter regresi binomial negatif bivariat.
7. Melakukan pengujian parameter secara serentak dan parsial regresi binomial negatif bivariat.
8. Melakukan interpretasi model yang didapatkan.
9. Membuat kesimpulan dari hasil analisis.



Gambar 3.1 Diagram Alir Penelitian

BAB 4

HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1 Penaksiran Parameter Regresi Binomial Negatif Bivariat

Metode penaksiran yang digunakan dalam regresi Regresi Binomial Negatif Bivariat ini adalah *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) dengan fungsi *likelihood*-nya sebagai berikut :

$$L(\boldsymbol{\beta}_1,\boldsymbol{\beta}_1,\tau)=\prod_{i=1}^{n}\left(\frac{\Gamma(\tau^{-1}+y_{1i}+y_{2i})}{\Gamma(\tau^{-1})\Gamma(y_{1i}+1)\Gamma(y_{2i}+1)}\mu_{1i}^{y_{1i}}\mu_{2i}^{y_{2i}}\tau^{-\tau^{-1}}(\tau^{-1}+y_{1i}+y_{2i})^{-(\tau^{-1}+y_{1i}+y_{2i})}\right)$$

dengan fungsi Gamma menurut Gurmu (1991) sebagai berikut:

$$\frac{\Gamma(\tau^{-1}+y_{1i}+y_{2i})}{\Gamma(\tau^{-1})}=\prod_{k=1}^{y1i+y2i}\left(y_{1i}+y_{2i}+\tau^{-1}-k\right)$$

Kemudian fungsi *likelihood* tersebut diubah dalam bentuk logaritma natural menjadi:

$$Q=\ln L(\boldsymbol{\beta}_1,\boldsymbol{\beta}_1,\tau)=\sum_{i=1}^{n}\left[\sum_{k=1}^{y_{1i}+y_{2i}}\ln(y_{1i}+y_{2i}+\tau^{-1}-k)+y_{1i}\ln\mu_{1i}+y_{2i}\ln\mu_{2i}-\ln\tau/\tau\right.$$

$$\left.-(\tau^{-1}+y_{1i}+y_{2i})\ln(\tau^{-1}+\mu_{1i}+\mu_{2i})-\ln(y_{1i}!)-\ln(y_{2i}!))\right] \quad (4.1)$$

dengan

$$\mu_{1i}=\exp(\mathbf{x}_{1i}^T\boldsymbol{\beta}_1)\text{ dan }\mu_{2i}=\exp(\mathbf{x}_{2i}^T\boldsymbol{\beta}_2) \quad (4.2)$$

Turunan pertama dari logaritma fungsi *likelihood* terhadap $\boldsymbol{\beta}_1$

$$\frac{\partial Q}{\partial\boldsymbol{\beta}_1}=\frac{\partial Q}{\partial\mu_{1i}}.\frac{\partial\mu_{1i}}{\partial\boldsymbol{\beta}_1} \quad (4.3)$$

Q diturunkan terhadap μ_{1i}

$$\frac{\partial Q}{\partial\mu_{1i}}=\sum_{i=1}^{n}\left[\frac{y_{1i}}{\mu_{1i}}-\frac{\left(\tau^{-1}+y_{1i}+y_{2i}\right)}{\left(\tau^{-1}+\mu_{1i}+\mu_{2i}\right)}\right] \quad (4.4)$$

μ_{1i} diturunkan terhadap $\boldsymbol{\beta}_1$

$$\frac{\partial\mu_{1i}}{\partial\boldsymbol{\beta}_1}=\exp(\mathbf{x}_{1i}^T\boldsymbol{\beta}_1)\mathbf{x}_{1i}^T=\mu_{1i}\mathbf{x}_{1i}^T \quad (4.5)$$

Dengan mensubtitusikan persamaan (4.4) dan (4.5) ke persamaan (4.3) sehingga turunan pertama logaritma fungsi *likelihood* terhadap $\boldsymbol{\beta}_1$ adalah

$$\frac{\partial Q}{\partial \boldsymbol{\beta}_1} = \sum_{i=1}^{n} \left[\left(\frac{y_{1i}}{\mu_{1i}} - \frac{\left(\tau^{-1} + y_{1i} + y_{2i}\right)}{\left(\tau^{-1} + \mu_{1i} + \mu_{2i}\right)} \right) . \mu_{1i} \mathbf{x}_{1i}^{T} \right]$$

$$\frac{\partial Q}{\partial \boldsymbol{\beta}_1} = \sum_{i=1}^{n} \left[y_{1i} \mathbf{x}_{1i}^{T} - \frac{\left(\tau^{-1} + y_{1i} + y_{2i}\right) \mu_{1i} \mathbf{x}_{1i}^{T}}{\left(\tau^{-1} + \mu_{1i} + \mu_{2i}\right)} \right]$$

$$\frac{\partial Q}{\partial \boldsymbol{\beta}_1} = \sum_{i=1}^{n} \left[\frac{y_{1i} \mathbf{x}_{1i}^{T} \left(\tau^{-1} + \mu_{1i} + \mu_{2i}\right) - \left(\tau^{-1} + y_{1i} + y_{2i}\right) \mu_{1i} \mathbf{x}_{1i}^{T}}{\left(\tau^{-1} + \mu_{1i} + \mu_{2i}\right)} \right]$$

$$\frac{\partial Q}{\partial \boldsymbol{\beta}_1} = \sum_{i=1}^{n} \left[\frac{\left(\tau^{-1} y_{1i} \mathbf{x}_{1i}^{T} + \mu_{1i} y_{1i} \mathbf{x}_{1i}^{T} + \mu_{2i} y_{1i} \mathbf{x}_{1i}^{T}\right) - \left(\tau^{-1} \mu_{1i} \mathbf{x}_{1i}^{T} + y_{1i} \mu_{1i} \mathbf{x}_{1i}^{T} + y_{2i} \mu_{1i} \mathbf{x}_{1i}^{T}\right)}{\left(\tau^{-1} + \mu_{1i} + \mu_{2i}\right)} \right]$$

$$\frac{\partial Q}{\partial \boldsymbol{\beta}_1} = \sum_{i=1}^{n} \left[\frac{\left(\tau^{-1} y_{1i} \mathbf{x}_{1i}^{T} + \mu_{2i} y_{1i} \mathbf{x}_{1i}^{T}\right) - \left(\tau^{-1} \mu_{1i} \mathbf{x}_{1i}^{T} + y_{2i} \mu_{1i} \mathbf{x}_{1i}^{T}\right)}{\left(\tau^{-1} + \mu_{1i} + \mu_{2i}\right)} \right]$$

$$\frac{\partial Q}{\partial \boldsymbol{\beta}_1} = \sum_{i=1}^{n} \left[\frac{y_{1i} \mathbf{x}_{1i}^{T} \tau^{-1} + y_{1i} \mathbf{x}_{1i}^{T} \mu_{2i} - \mu_{1i} \mathbf{x}_{1i}^{T} \tau^{-1} - \mu_{1i} \mathbf{x}_{1i}^{T} y_{2i}}{\left(\tau^{-1} + \mu_{1i} + \mu_{2i}\right)} \right]$$

$$\frac{\partial Q}{\partial \boldsymbol{\beta}_1} = \sum_{i=1}^{n} \left[\frac{y_{1i} \mathbf{x}_{1i}^{T} \tau^{-1} - \mu_{1i} \mathbf{x}_{1i}^{T} \tau^{-1}}{\left(\tau^{-1} + \mu_{1i} + \mu_{2i}\right)} \right]$$

$$\frac{\partial Q}{\partial \boldsymbol{\beta}_1} = \sum_{i=1}^{n} \left[\frac{y_{1i} \mathbf{x}_{1i}^{T} - \mu_{1i} \mathbf{x}_{1i}^{T}}{\tau \left(\tau^{-1} + \mu_{1i} + \mu_{2i}\right)} \right]$$

$$\frac{\partial Q}{\partial \boldsymbol{\beta}_1} = \sum_{i=1}^{n} \left[\frac{\left(y_{1i} - \mu_{1i}\right) \mathbf{x}_{1i}^{T}}{\left(1 + \tau\mu_{1i} + \tau\mu_{2i}\right)} \right] \tag{4.6}$$

Turunan pertama dari logaritma fungsi *likelihood* terhadap $\boldsymbol{\beta}_2$

Q diturunkan terhadap $\boldsymbol{\beta}_2$

$$\frac{\partial Q}{\partial \boldsymbol{\beta}_2} = \frac{\partial Q}{\partial \mu_{2i}} . \frac{\partial \mu_{2i}}{\partial \boldsymbol{\beta}_2} \tag{4.7}$$

Q diturunkan terhadap μ_{2i}

$$\frac{\partial Q}{\partial \mu_{2i}} = \sum_{i=1}^{n} \left[\frac{y_{2i}}{\mu_{2i}} - \frac{\left(\tau^{-1} + y_{1i} + y_{2i}\right)}{\left(\tau^{-1} + \mu_{1i} + \mu_{2i}\right)} \right] \tag{4.8}$$

μ_{2i} diturunkan terhadap $\boldsymbol{\beta}_2$

$$\frac{\partial \mu_{2i}}{\partial \boldsymbol{\beta}_2} = \exp(\mathbf{x}_{2i}^T \boldsymbol{\beta}_2)\mathbf{x}_{2i}^T = \mu_{2i}\mathbf{x}_{2i}^T \tag{4.9}$$

Dengan mensubtitusikan persamaan (4.8) dan (4.9) ke persamaan (4.7) sehingga turunan pertama logaritma fungsi *likelihood* terhadap $\boldsymbol{\beta}_2$ adalah

$$\frac{\partial Q}{\partial \boldsymbol{\beta}_2} = \sum_{i=1}^{n} \left[\left(\frac{y_{2i}}{\mu_{2i}} - \frac{\left(\tau^{-1} + y_{1i} + y_{2i}\right)}{\left(\tau^{-1} + \mu_{1i} + \mu_{2i}\right)} \right) .\mu_{2i}\mathbf{x}_{2i}^T \right]$$

$$\frac{\partial Q}{\partial \boldsymbol{\beta}_2} = \sum_{i=1}^{n} \left[y_{2i}\mathbf{x}_{2i}^T - \frac{\left(\tau^{-1} + y_{1i} + y_{2i}\right)\mu_{2i}\mathbf{x}_{2i}^T}{\left(\tau^{-1} + \mu_{1i} + \mu_{2i}\right)} \right]$$

$$\frac{\partial Q}{\partial \boldsymbol{\beta}_2} = \sum_{i=1}^{n} \left[\frac{y_{2i}\mathbf{x}_{2i}^T\left(\tau^{-1} + \mu_{1i} + \mu_{2i}\right) - \left(\tau^{-1} + y_{1i} + y_{2i}\right)\mu_{2i}\mathbf{x}_{2i}^T}{\left(\tau^{-1} + \mu_{1i} + \mu_{2i}\right)} \right]$$

$$\frac{\partial Q}{\partial \boldsymbol{\beta}_2} = \sum_{i=1}^{n} \left[\frac{\left(\tau^{-1}y_{2i}\mathbf{x}_{2i}^T + \mu_{1i}y_{2i}\mathbf{x}_{2i}^T + \mu_{2i}y_{2i}\mathbf{x}_{2i}^T\right) - \left(\tau^{-1}\mu_{2i}\mathbf{x}_{2i}^T + y_{1i}\mu_{2i}\mathbf{x}_{2i}^T + y_{2i}\mu_{2i}\mathbf{x}_{2i}^T\right)}{\left(\tau^{-1} + \mu_{1i} + \mu_{2i}\right)} \right]$$

$$\frac{\partial Q}{\partial \boldsymbol{\beta}_2} = \sum_{i=1}^{n} \left[\frac{\left(\tau^{-1}y_{2i}\mathbf{x}_{2i}^T + \mu_{1i}y_{2i}\mathbf{x}_{2i}^T\right) - \left(\tau^{-1}\mu_{2i}\mathbf{x}_{2i}^T + y_{1i}\mu_{2i}\mathbf{x}_{2i}^T\right)}{\left(\tau^{-1} + \mu_{1i} + \mu_{2i}\right)} \right]$$

$$\frac{\partial Q}{\partial \boldsymbol{\beta}_2} = \sum_{i=1}^{n} \left[\frac{y_{2i}\mathbf{x}_{2i}^T\tau^{-1} + y_{2i}\mathbf{x}_{2i}^T\mu_{1i} - \mu_{2i}\mathbf{x}_{2i}^T\tau^{-1} - \mu_{2i}\mathbf{x}_{2i}^Ty_{1i}}{\left(\tau^{-1} + \mu_{1i} + \mu_{2i}\right)} \right]$$

$$\frac{\partial Q}{\partial \boldsymbol{\beta}_2} = \sum_{i=1}^{n} \left[\frac{y_{2i}\mathbf{x}_{2i}^T\tau^{-1} - \mu_{2i}\mathbf{x}_{2i}^T\tau^{-1}}{\left(\tau^{-1} + \mu_{1i} + \mu_{2i}\right)} \right]$$

$$\frac{\partial Q}{\partial \boldsymbol{\beta}_2} = \sum_{i=1}^{n} \left[\frac{y_{2i}\mathbf{x}_{2i}^T - \mu_{2i}\mathbf{x}_{2i}^T}{\tau\left(\tau^{-1} + \mu_{1i} + \mu_{2i}\right)} \right]$$

$$\frac{\partial Q}{\partial \boldsymbol{\beta}_2} = \sum_{i=1}^{n} \left[\frac{\left(y_{2i} - \mu_{2i}\right)\mathbf{x}_{2i}^T}{\left(1 + \tau\mu_{1i} + \tau\mu_{2i}\right)} \right] \tag{4.10}$$

Turunan pertama dari logaritma fungsi *likelihood* terhadap parameter dispersi τ adalah:

Q diturunkan terhadap τ

$$\frac{\partial Q}{\partial \tau} = \sum_{i=1}^{n}\left[\frac{\partial a}{\partial \tau} - \frac{\partial b}{\partial \tau} - \frac{\partial c}{\partial \tau}\right] \tag{4.10}$$

misalkan

$$a = \sum_{k=1}^{y_{1i}+y_{2i}} \ln\left(1+\tau y_{1i} + \tau y_{2i} - \tau k\right)$$

$$b = \frac{\ln\left(1+\tau\mu_{1i} + \tau\mu_{2i}\right)}{\tau}$$

$$c = \left(y_{1i} + y_{2i}\right)\ln\left(1+\tau\mu_{1i} + \tau\mu_{2i}\right)$$

sehingga diperoleh

$$\frac{\partial a}{\partial \tau} = \frac{\partial\left(\sum_{k=1}^{y_{1i}+y_{2i}} \ln\left(1+\tau y_{1i} + \tau y_{2i} - \tau k\right)\right)}{\partial \tau}$$

$$\frac{\partial a}{\partial \tau} = \sum_{k=1}^{y_{1i}+y_{2i}}\left(\frac{\left(y_{1i} + y_{2i} - k\right)}{\left(1+\tau y_{1i} + \tau y_{2i} - \tau k\right)}\right) \tag{4.11}$$

$$\frac{\partial b}{\partial \tau} = \frac{\partial\left(\frac{\ln\left(1+\tau\mu_{1i} + \tau\mu_{2i}\right)}{\tau}\right)}{\partial \tau}$$

$$\frac{\partial b}{\partial \tau} = \frac{vu' - v'u}{v^2}$$

misalkan

$$\mathrm{u} = \ln\left(1+\tau\mu_{1i} + \tau\mu_{2i}\right)$$

$$v = \tau$$

$$\mathrm{u}' = \frac{\left(\mu_{1i} + \mu_{2i}\right)}{\left(1+\tau\mu_{1i} + \tau\mu_{2i}\right)}$$

$$v' = 1$$

$$\frac{\partial b}{\partial \tau} = \frac{\frac{\tau\left(\mu_{1i} + \mu_{2i}\right)}{\left(1+\tau\mu_{1i} + \tau\mu_{2i}\right)} - \ln\left(1+\tau\mu_{1i} + \tau\mu_{2i}\right)}{\tau^2}$$

$$\frac{\partial b}{\partial \tau}=\frac{\left(\mu_{1i}+\mu_{2i}\right)}{\tau\left(1+\tau\mu_{1i}+\tau\mu_{2i}\right)}-\frac{\ln\left(1+\tau\mu_{1i}+\tau\mu_{2i}\right)}{\tau^2} \tag{4.12}$$

$$\frac{\partial c}{\partial \tau}=\frac{\partial\left(\left(y_{1i}+y_{2i}\right)\ln\left(1+\tau\mu_{1i}+\tau\mu_{2i}\right)\right)}{\partial \tau}$$

$$\frac{\partial c}{\partial \tau}=\frac{\left(y_{1i}+y_{2i}\right)\left(\mu_{1i}+\mu_{2i}\right)}{\left(1+\tau\mu_{1i}+\tau\mu_{2i}\right)} \tag{4.13}$$

Dengan mensubtitusikan persamaan (4.11), (4.12) dan (4.13) ke persamaan (4.10) sehingga turunan pertama logaritma fungsi *likelihood* terhadap parameter dispersi τ adalah

$$\frac{\partial Q}{\partial \tau}=\sum_{i=1}^{n}\left[\sum_{k=1}^{y_{1i}+y_{2i}}\left(\frac{\left(y_{1i}+y_{2i}-k\right)}{\left(1+\tau y_{1i}+\tau y_{2i}-\tau k\right)}\right)-\frac{\left(\mu_{1i}+\mu_{2i}\right)}{\tau\left(1+\tau\mu_{1i}+\tau\mu_{2i}\right)}+\frac{\ln\left(1+\tau\mu_{1i}+\tau\mu_{2i}\right)}{\tau^2}+\right.$$
$$\left.-\frac{\left(y_{1i}+y_{2i}\right)\left(\mu_{1i}+\mu_{2i}\right)}{\left(1+\tau\mu_{1i}+\tau\mu_{2i}\right)}\right]$$

$$\frac{\partial Q}{\partial \tau}=\sum_{i=1}^{n}\left[\sum_{k=1}^{y_{1i}+y_{2i}}\left(\frac{\left(y_{1i}+y_{2i}-k\right)}{\left(1+\tau y_{1i}+\tau y_{2i}-\tau k\right)}\right)+\frac{\ln\left(1+\tau\mu_{1i}+\tau\mu_{2i}\right)}{\tau^2}-\frac{\left(\mu_{1i}+\mu_{2i}\right)}{\tau\left(1+\tau\mu_{1i}+\tau\mu_{2i}\right)}+\right.$$
$$\left.-\frac{\tau\left(y_{1i}+y_{2i}\right)\left(\mu_{1i}+\mu_{2i}\right)}{\tau\left(1+\tau\mu_{1i}+\tau\mu_{2i}\right)}\right]$$

$$\frac{\partial Q}{\partial \tau}=\sum_{i=1}^{n}\left[\sum_{k=1}^{y_{1i}+y_{2i}}\left(\frac{\left(y_{1i}+y_{2i}-k\right)}{\left(1+\tau y_{1i}+\tau y_{2i}-\tau k\right)}\right)+\frac{\ln\left(1+\tau\mu_{1i}+\tau\mu_{2i}\right)}{\tau^2}+\right.$$
$$\left.-\frac{\left(\mu_{1i}+\mu_{2i}\right)}{\tau\left(1+\tau\mu_{1i}+\tau\mu_{2i}\right)}-\frac{\tau\left(y_{1i}+y_{2i}\right)\left(\mu_{1i}+\mu_{2i}\right)}{\tau\left(1+\tau\mu_{1i}+\tau\mu_{2i}\right)}\right]$$

$$\frac{\partial Q}{\partial \tau}=\sum_{i=1}^{n}\left[\sum_{k=1}^{y_{1i}+y_{2i}}\left(\frac{\left(y_{1i}+y_{2i}-k\right)}{\left(1+\tau y_{1i}+\tau y_{2i}-\tau k\right)}\right)+\frac{\ln\left(1+\tau\mu_{1i}+\tau\mu_{2i}\right)}{\tau^2}+\right.$$
$$\left.\frac{-\left(\left(\mu_{1i}+\mu_{2i}\right)+\left(\tau\left(y_{1i}+y_{2i}\right)\left(\mu_{1i}+\mu_{2i}\right)\right)\right)}{\tau\left(1+\tau\mu_{1i}+\tau\mu_{2i}\right)}\right]$$

$$\frac{\partial Q}{\partial \tau}=\sum_{i=1}^{n}\left[\sum_{k=1}^{y_{1i}+y_{2i}}\left(\frac{(y_{1i}+y_{2i}-k)}{(1+\tau y_{1i}+\tau y_{2i}-\tau k)}\right)+\frac{\ln(1+\tau\mu_{1i}+\tau\mu_{2i})}{\tau^2}+\right.$$

$$\left.\frac{-(\mu_{1i}+\mu_{2i})(-(\tau y_{1i}+\tau y_{2i})(\mu_{1i}+\mu_{2i}))}{\tau(1+\tau\mu_{1i}+\tau\mu_{2i})}\right]$$

$$\frac{\partial Q}{\partial \tau}=\sum_{i=1}^{n}\left[\sum_{k=1}^{y_{1i}+y_{2i}}\left(\frac{(y_{1i}+y_{2i}-k)}{(1+\tau y_{1i}+\tau y_{2i}-\tau k)}\right)+\frac{\ln(1+\tau\mu_{1i}+\tau\mu_{2i})}{\tau^2}\right.$$

$$\left.\frac{-(\mu_{1i}+\mu_{2i})(1+\tau y_{1i}+\tau y_{2i})}{\tau(1+\tau\mu_{1i}+\tau\mu_{2i})}\right]$$

$$\frac{\partial Q}{\partial \tau}=\sum_{i=1}^{n}\left[\sum_{k=1}^{y_{1i}+y_{2i}}\left(\frac{(y_{1i}+y_{2i}-k)}{(1+\tau y_{1i}+\tau y_{2i}-\tau k)}\right)+\frac{\ln(1+\tau\mu_{1i}+\tau\mu_{2i})}{\tau^2}-\frac{(\mu_{1i}+\mu_{2i})}{\tau}\right] \tag{4.14}$$

Turunan parsial kedua logaritma fungsi *likelihood* terhadap parameter $\boldsymbol{\beta}_j$ adalah:

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial \boldsymbol{\beta}_1 \partial \boldsymbol{\beta}_1^T}=\frac{\partial(\partial Q/\partial \boldsymbol{\beta}_1)}{\partial \boldsymbol{\beta}_1^T}=\frac{\partial(\partial Q/\partial \boldsymbol{\beta}_1)}{\partial \mu_{1i}}\cdot\frac{\partial \mu_{1i}}{\partial \boldsymbol{\beta}_1^T} \tag{4.15}$$

$$\frac{\partial \mu_{1i}}{\partial \boldsymbol{\beta}_1^T}=\exp(\mathbf{x}_{1i}^T\boldsymbol{\beta}_1)\mathbf{x}_{1i}=\mu_{1i}\mathbf{x}_{1i} \tag{4.16}$$

$$\frac{\partial(\partial Q/\partial \boldsymbol{\beta}_1)}{\partial \mu_{1i}}=\frac{vu'-v'u}{v^2}$$

misalkan

$u=(y_{1i}-\mu_{1i})\mathbf{x}_{1i}^T$

$v=(1+\tau\mu_{1i}+\tau\mu_{2i})$

$u'=-\mathbf{x}_{1i}^T$

$v'=\tau$

$$\frac{\partial(\partial Q/\partial \boldsymbol{\beta}_1)}{\partial \mu_{1i}}=\sum_{i=1}^{n}\left[\frac{((1+\tau\mu_{1i}+\tau\mu_{2i})(-\mathbf{x}_{1i}^T))-\tau((y_{1i}-\mu_{1i})\mathbf{x}_{1i}^T)}{(\tau^{-1}+\mu_{1i}+\mu_{2i})^2}\right] \tag{4.17}$$

Dengan mensubtitusikan persamaan (4.16) dan (4.17) ke persamaan (4.15) sehingga diperoleh turunan parsial kedua $(\partial^2 Q/\partial \boldsymbol{\beta}_1 \partial \boldsymbol{\beta}_1^T)$ dari logaritma fungsi *likelihood* adalah:

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial \boldsymbol{\beta}_1 \partial \boldsymbol{\beta}_1^T} = \sum_{i=1}^{n} \left[\left(\frac{\left((1+\tau\mu_{1i}+\tau\mu_{2i})(-\mathbf{x}_{1i}^T) \right) - \tau\left((y_{1i}-\mu_{1i})\mathbf{x}_{1i}^T \right)}{\left(\tau^{-1}+\mu_{1i}+\mu_{2i}\right)^2} \right) . \mu_{1i}\mathbf{x}_{1i} \right]$$

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial \boldsymbol{\beta}_1 \partial \boldsymbol{\beta}_1^T} = \sum_{i=1}^{n} \left[\left(\frac{\left((1+\tau\mu_{1i}+\tau\mu_{2i})(-\mathbf{x}_{1i}^T)(\mu_{1i}\mathbf{x}_{1i}) \right) - \tau\left((y_{1i}-\mu_{1i})\mathbf{x}_{1i}^T \right)(\mu_{1i}\mathbf{x}_{1i})}{\left(\tau^{-1}+\mu_{1i}+\mu_{2i}\right)^2} \right) \right]$$

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial \boldsymbol{\beta}_1 \partial \boldsymbol{\beta}_1^T} = \sum_{i=1}^{n} \left[\left(\frac{\left((1+\tau\mu_{1i}+\tau\mu_{2i})(-\mathbf{x}_{1i}^T)(\mu_{1i}\mathbf{x}_{1i}) \right)}{\left(\tau^{-1}+\mu_{1i}+\mu_{2i}\right)^2} - \frac{\tau\left((y_{1i}-\mu_{1i})\mathbf{x}_{1i}^T \right)(\mu_{1i}\mathbf{x}_{1i})}{\left(\tau^{-1}+\mu_{1i}+\mu_{2i}\right)^2} \right) \right]$$

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial \boldsymbol{\beta}_1 \partial \boldsymbol{\beta}_1^T} = \sum_{i=1}^{n} \left[\left(\frac{\left((-\mathbf{x}_{1i}^T)(\mu_{1i}\mathbf{x}_{1i}) \right)}{\left(\tau^{-1}+\mu_{1i}+\mu_{2i}\right)} - \frac{\tau\left((y_{1i}-\mu_{1i})\mathbf{x}_{1i}^T \right)(\mu_{1i}\mathbf{x}_{1i})}{\left(\tau^{-1}+\mu_{1i}+\mu_{2i}\right)^2} \right) \right]$$

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial \boldsymbol{\beta}_1 \partial \boldsymbol{\beta}_1^T} = \sum_{i=1}^{n} \left[\left(-\frac{\mathbf{x}_{1i}\mathbf{x}_{1i}^T\mu_{1i}}{\left(\tau^{-1}+\mu_{1i}+\mu_{2i}\right)} - \frac{\left((y_{1i}-\mu_{1i})\mathbf{x}_{1i}\mathbf{x}_{1i}^T\mu_{1i}\tau \right)}{\left(\tau^{-1}+\mu_{1i}+\mu_{2i}\right)^2} \right) \right] \tag{4.18}$$

Turunan kedua $\left(\partial^2 Q / \partial \boldsymbol{\beta}_2 \partial \boldsymbol{\beta}_2^{\mathbf{T}}\right)$ sebagai berikut :

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial \boldsymbol{\beta}_2 \partial \boldsymbol{\beta}_2^{\mathbf{T}}} = \frac{\partial\left(\partial Q / \partial \boldsymbol{\beta}_2\right)}{\partial \boldsymbol{\beta}_2^{\mathbf{T}}} = \frac{\partial\left(\partial Q / \partial \boldsymbol{\beta}_1\right)}{\partial \mu_{2i}} \cdot \frac{\partial \mu_{2i}}{\partial \boldsymbol{\beta}_2^{\mathbf{T}}} \tag{4.19}$$

$$\frac{\partial \mu_{2i}}{\partial \boldsymbol{\beta}_2^T} = \exp(\mathbf{x}_{2i}^T\boldsymbol{\beta}_2)\mathbf{x}_{2i} = \mu_{2i}\mathbf{x}_{2i} \tag{4.20}$$

$$\frac{\partial\left(\partial Q / \partial \boldsymbol{\beta}_2\right)}{\partial \mu_{2i}} = \frac{vu' - v'u}{v^2}$$

misalkan

$u = (y_{2i} - \mu_{2i})\mathbf{x}_{2i}^T$

$v = (1 + \tau\mu_{1i} + \tau\mu_{2i})$

$u' = -\mathbf{x}_{2i}^T$

$v' = \tau$

$$\frac{\partial\left(\partial Q / \partial \boldsymbol{\beta}_2\right)}{\partial \mu_{2i}} = \sum_{i=1}^{n} \left[\frac{\left((1+\tau\mu_{1i}+\tau\mu_{2i})(-\mathbf{x}_{2i}^T) \right) - \tau\left((y_{2i}-\mu_{2i})\mathbf{x}_{2i}^T \right)}{\left(\tau^{-1}+\mu_{1i}+\mu_{2i}\right)^2} \right] \tag{4.21}$$

Dengan mensubtitusikan persamaan (4.20) dan (4.21) ke persamaan (4.19) sehingga diperoleh turunan kedua $\left(\partial^2 Q / \partial \boldsymbol{\beta}_2 \partial \boldsymbol{\beta}_2^{\mathbf{T}}\right)$ dari logaritma fungsi *likelihood* sebagai berikut

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial \boldsymbol{\beta}_2 \partial \boldsymbol{\beta}_2^T} = \sum_{i=1}^{n} \left[\left(\frac{\left(\left(1+\tau\mu_{1i}+\tau\mu_{2i}\right)\left(-\mathbf{x}_{2i}^T\right)\right) - \tau\left(\left(y_{2i}-\mu_{2i}\right)\mathbf{x}_{2i}^T\right)}{\left(\tau^{-1}+\mu_{1i}+\mu_{2i}\right)^2} \right) . \mu_{2i}\mathbf{x}_{2i} \right]$$

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial \boldsymbol{\beta}_2 \partial \boldsymbol{\beta}_2^T} = \sum_{i=1}^{n} \left[\left(\frac{\left(\left(1+\tau\mu_{1i}+\tau\mu_{2i}\right)\left(-\mathbf{x}_{2i}^T\right)\left(\mu_{2i}\mathbf{x}_{2i}\right)\right) - \tau\left(\left(y_{2i}-\mu_{2i}\right)\mathbf{x}_{2i}^T\right)\left(\mu_{2i}\mathbf{x}_{2i}\right)}{\left(\tau^{-1}+\mu_{1i}+\mu_{2i}\right)^2} \right) \right]$$

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial \boldsymbol{\beta}_2 \partial \boldsymbol{\beta}_2^T} = \sum_{i=1}^{n} \left[\left(\frac{\left(\left(1+\tau\mu_{1i}+\tau\mu_{2i}\right)\left(-\mathbf{x}_{2i}^T\right)\left(\mu_{2i}\mathbf{x}_{2i}\right)\right)}{\left(\tau^{-1}+\mu_{1i}+\mu_{2i}\right)^2} - \frac{\tau\left(\left(y_{2i}-\mu_{2i}\right)\mathbf{x}_{2i}^T\right)\left(\mu_{2i}\mathbf{x}_{2i}\right)}{\left(\tau^{-1}+\mu_{1i}+\mu_{2i}\right)^2} \right) \right]$$

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial \boldsymbol{\beta}_2 \partial \boldsymbol{\beta}_2^T} = \sum_{i=1}^{n} \left[\left(\frac{\left(\left(-\mathbf{x}_{2i}^T\right)\left(\mu_{2i}\mathbf{x}_{2i}\right)\right)}{\left(\tau^{-1}+\mu_{1i}+\mu_{2i}\right)} - \frac{\tau\left(\left(y_{2i}-\mu_{2i}\right)\mathbf{x}_{2i}^T\right)\left(\mu_{2i}\mathbf{x}_{2i}\right)}{\left(\tau^{-1}+\mu_{1i}+\mu_{2i}\right)^2} \right) \right]$$

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial \boldsymbol{\beta}_2 \partial \boldsymbol{\beta}_2^T} = \sum_{i=1}^{n} \left[\left(-\frac{\mathbf{x}_{2i}\mathbf{x}_{2i}^T\mu_{2i}}{\left(\tau^{-1}+\mu_{1i}+\mu_{2i}\right)} - \frac{\left(\left(y_{2i}-\mu_{2i}\right)\mathbf{x}_{2i}\mathbf{x}_{2i}^T\mu_{2i}\tau\right)}{\left(\tau^{-1}+\mu_{1i}+\mu_{2i}\right)^2} \right) \right] \quad (4.22)$$

Turunan parsial kedua logaritma fungsi *likelihood* terhadap parameter dispersi τ adalah:

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial \tau^2} = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial a}{\partial \tau} - \frac{\partial b}{\partial \tau} - \frac{\partial c}{\partial \tau} \right) \quad (4.23)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial \tau} = \sum_{i=1}^{n} \left[\sum_{k=1}^{y_{1i}+y_{2i}} \left(\frac{\left(y_{1i}+y_{2i}-k\right)}{\left(1+\tau y_{1i}+\tau y_{2i}-\tau k\right)} \right) + \frac{\ln\left(1+\tau\mu_{1i}+\tau\mu_{2i}\right)}{\tau^2} - \frac{\left(\mu_{1i}+\mu_{2i}\right)}{\tau} \right]$$

misalkan

$$a = \sum_{k=1}^{y_{1i}+y_{2i}} \left(\frac{\left(y_{1i}+y_{2i}-k\right)}{\left(1+\tau y_{1i}+\tau y_{2i}-\tau k\right)} \right)$$

$$b = \frac{\ln\left(1+\tau\mu_{1i}+\tau\mu_{2i}\right)}{\tau^2}$$

$$c = \frac{\left(\mu_{1i}+\mu_{2i}\right)}{\tau}$$

$$\frac{\partial a}{\partial \tau} = \sum_{k=1}^{y_{1i}+y_{2i}} \left(-\frac{(y_{1i}+y_{2i}-k)(y_{1i}+y_{2i}-k)}{(1+\tau y_{1i}+\tau y_{2i}-\tau k)^2} \right)$$

$$\frac{\partial a}{\partial \tau} = \sum_{k=1}^{y_{1i}+y_{2i}} \left(-\frac{(y_{1i}+y_{2i}-k)^2}{(1+\tau y_{1i}+\tau y_{2i}-\tau k)^2} \right) \tag{4.24}$$

$$\frac{\partial b}{\partial \tau} = \frac{\partial \left(\frac{\ln(1+\tau\mu_{1i}+\tau\mu_{2i})}{\tau^2} \right)}{\partial \tau}$$

$$\frac{\partial b}{\partial \tau} = \frac{vu' - v'u}{v^2}$$

misalkan

$\text{u} = \ln(1+\tau\mu_{1i}+\tau\mu_{2i})$

$v = \tau^2$

$$\text{u}' = \frac{(\mu_{1i}+\mu_{2i})}{(1+\tau\mu_{1i}+\tau\mu_{2i})}$$

$v' = 2\tau$

$$\frac{\partial b}{\partial \tau} = \frac{\tau^2 \frac{(\mu_{1i}+\mu_{2i})}{(1+\tau\mu_{1i}+\tau\mu_{2i})} - 2\tau \ln(1+\tau\mu_{1i}+\tau\mu_{2i})}{(\tau^2)^2}$$

$$\frac{\partial b}{\partial \tau} = \frac{\frac{\tau^2(\mu_{1i}+\mu_{2i})}{(1+\tau\mu_{1i}+\tau\mu_{2i})} - 2\tau \ln(1+\tau\mu_{1i}+\tau\mu_{2i})}{\tau^4}$$

$$\frac{\partial b}{\partial \tau} = \frac{\tau^2(\mu_{1i}+\mu_{2i})}{\tau^4(1+\tau\mu_{1i}+\tau\mu_{2i})} \frac{-2\tau \ln(1+\tau\mu_{1i}+\tau\mu_{2i})}{\tau^4}$$

$$\frac{\partial b}{\partial \tau} = \frac{(\mu_{1i}+\mu_{2i})}{\tau^2(1+\tau\mu_{1i}+\tau\mu_{2i})} - \frac{2\ln(1+\tau\mu_{1i}+\tau\mu_{2i})}{\tau^3} \tag{4.25}$$

$$\frac{\partial c}{\partial \tau} = -(\mu_{1i}+\mu_{2i}) \tag{4.26}$$

Dengan mensubtitusikan persamaan (4.24), (4.25) dan (4.26) ke persamaan (4.23) sehingga diperoleh turunan parsial kedua $\left(\partial^2 Q / \partial \tau^2\right)$ dari logaritma fungsi *likelihood* sebagai berikut:

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial \tau^2} = \sum_{i=1}^{n} \left[\sum_{k=1}^{y_{1i}+y_{2i}} \left(-\frac{\left(y_{1i}+y_{2i}-k\right)^2}{\left(1+\tau y_{1i}+\tau y_{2i}-\tau k\right)^2} \right) - \frac{\left(\mu_{1i}+\mu_{2i}\right)}{\tau^2\left(1+\tau\mu_{1i}+\tau\mu_{2i}\right)} + \right.$$

$$\left. + \frac{2\ln\left(1+\tau\mu_{1i}+\tau\mu_{2i}\right)}{\tau^3} + \left(\mu_{1i}+\mu_{2i}\right) \right] \tag{4.27}$$

Turunan kedua $\left(\partial^2 Q / \partial \boldsymbol{\beta}_1 \partial \boldsymbol{\beta}_2^T\right)$ sebagai berikut:

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial \boldsymbol{\beta}_1 \partial \boldsymbol{\beta}_2^T} = \frac{\partial\left(\partial Q / \partial \boldsymbol{\beta}_1\right)}{\partial \boldsymbol{\beta}_2^T} = \frac{\partial\left(\partial Q / \partial \boldsymbol{\beta}_1\right)}{\partial \mu_{2i}} . \frac{\partial \mu_{2i}}{\partial \boldsymbol{\beta}_2^T} \tag{4.28}$$

$$\frac{\partial\left(\partial Q / \partial \boldsymbol{\beta}_1\right)}{\partial \mu_{2i}} = \sum_{i=1}^{n} \left[\frac{\left(y_{1i}-\mu_{1i}\right)\mathbf{x}_{1i}^T(-1)\tau}{\left(1+\tau\mu_{1i}+\tau\mu_{2i}\right)^2} \right] \tag{4.29}$$

Dengan mensubtitusikan persamaan (4.29) dan (4.20) ke persamaan (4.28) sehingga diperoleh turunan kedua $\left(\partial^2 Q / \partial \boldsymbol{\beta}_1 \partial \boldsymbol{\beta}_2^T\right)$ dari logaritma fungsi *likelihood* sebagai berikut

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial \boldsymbol{\beta}_1 \partial \boldsymbol{\beta}_2^T} = \sum_{i=1}^{n} \left[\left(\frac{\left(y_{1i}-\mu_{1i}\right)\mathbf{x}_{1i}^T(-1)\tau}{\left(1+\tau\mu_{1i}+\tau\mu_{2i}\right)^2} \right) . \mu_{2i}\mathbf{x}_{2i} \right]$$

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial \boldsymbol{\beta}_1 \partial \boldsymbol{\beta}_2^T} = \sum_{i=1}^{n} \left[-\frac{\left(y_{1i}-\mu_{1i}\right)\mathbf{x}_{2i}\mathbf{x}_{1i}^T\mu_{2i}\tau}{\left(1+\tau\mu_{1i}+\tau\mu_{2i}\right)^2} \right] \tag{4.30}$$

Turunan kedua $\left(\partial^2 Q / \partial \boldsymbol{\beta}_2 \partial \boldsymbol{\beta}_1^T\right)$ sebagai berikut:

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial \boldsymbol{\beta}_2 \partial \boldsymbol{\beta}_1^T} = \frac{\partial\left(\partial Q / \partial \boldsymbol{\beta}_2\right)}{\partial \boldsymbol{\beta}_1^T} = \frac{\partial\left(\partial Q / \partial \boldsymbol{\beta}_2\right)}{\partial \mu_{1i}} . \frac{\partial \mu_{1i}}{\partial \boldsymbol{\beta}_1^T} \tag{4.31}$$

$$\frac{\partial\left(\partial Q / \partial \boldsymbol{\beta}_2\right)}{\partial \mu_{1i}} = \frac{\partial\left(\sum_{i=1}^{n} \left[\frac{\left(y_{2i}-\mu_{2i}\right)\mathbf{x}_{2i}^T}{\left(1+\tau\mu_{1i}+\tau\mu_{2i}\right)} \right] \right)}{\partial \mu_{1i}}$$

$$\frac{\partial\left(\partial Q / \partial \boldsymbol{\beta}_2\right)}{\partial \mu_{1i}} = \sum_{i=1}^{n} \left[\frac{\left(y_{2i}-\mu_{2i}\right)\mathbf{x}_{2i}^T(-1)\tau}{\left(1+\tau\mu_{1i}+\tau\mu_{2i}\right)^2} \right] \tag{4.32}$$

Dengan mensubtitusikan persamaan (4.32) dan (4.16) ke persamaan (4.31) sehingga diperoleh turunan kedua $\left(\partial^2 Q / \partial \boldsymbol{\beta}_2 \partial \boldsymbol{\beta}_1^T\right)$ dari logaritma fungsi *likelihood* sebagai berikut:

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial \boldsymbol{\beta}_2 \partial \boldsymbol{\beta}_1^T} = \sum_{i=1}^{n} \left[\left(\frac{\left(y_{2i} - \mu_{2i}\right) \mathbf{x}_{2i}^T \left(-1\right) \tau}{\left(1 + \tau\mu_{1i} + \tau\mu_{2i}\right)^2} \right) . \mu_{1i} \mathbf{x}_{1i} \right]$$

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial \boldsymbol{\beta}_2 \partial \boldsymbol{\beta}_1^T} = \sum_{i=1}^{n} \left[-\frac{\left(y_{2i} - \mu_{2i}\right) \mathbf{x}_{1i} \mathbf{x}_{2i}^T \mu_{1i} \tau}{\left(1 + \tau\mu_{1i} + \tau\mu_{2i}\right)^2} \right] \tag{4.33}$$

Turunan parsial kedua logaritma fungsi *likelihood* terhadap parameter regresi $\boldsymbol{\beta}_j$ dan parameter dispersi τ adalah:

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial \boldsymbol{\beta}_1 \partial \tau} = \frac{\partial\left(\partial Q / \partial \boldsymbol{\beta}_1\right)}{\partial \tau}$$

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial \boldsymbol{\beta}_1 \partial \tau} = \sum_{i=1}^{n} \left[-\frac{\left(y_{1i} - \mu_{1i}\right) \mathbf{x}_{1i}^T \left(\mu_{1i} + \mu_{2i}\right)}{\left(1 + \tau\mu_{1i} + \tau\mu_{2i}\right)^2} \right] \tag{4.34}$$

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial \boldsymbol{\beta}_2 \partial \tau} = \frac{\partial\left(\partial Q / \partial \boldsymbol{\beta}_2\right)}{\partial \tau}$$

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial \boldsymbol{\beta}_2 \partial \tau} = \sum_{i=1}^{n} \left[-\frac{\left(y_{2i} - \mu_{2i}\right) \mathbf{x}_{2i}^T \left(\mu_{1i} + \mu_{2i}\right)}{\left(1 + \tau\mu_{1i} + \tau\mu_{2i}\right)^2} \right] \tag{4.35}$$

Turunan parsial kedua logaritma fungsi *likelihood* terhadap parameter dispersi τ dan parameter regresi $\boldsymbol{\beta}_j$ adalah:

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial \tau \partial \boldsymbol{\beta}_1} = \frac{\partial\left(\partial Q / \partial \tau\right)}{\partial \boldsymbol{\beta}_1} = \frac{\partial\left(\partial Q / \partial \tau\right)}{\partial \mu_{1i}} . \frac{\partial \mu_{1i}}{\partial \boldsymbol{\beta}_1}$$

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial \tau \partial \boldsymbol{\beta}_1} = \sum_{i=1}^{n} \left[\frac{\tau}{\tau^2 \left(1 + \tau\mu_{1i} + \tau\mu_{2i}\right)} - \frac{1}{\tau} \right] \mu_{1i} \mathbf{x}_{1i}^T$$

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial \tau \partial \boldsymbol{\beta}_1} = \sum_{i=1}^{n} \left[\frac{\mu_{1i} \mathbf{x}_{1i}^T \tau}{\tau^2 \left(1 + \tau\mu_{1i} + \tau\mu_{2i}\right)} - \frac{\mu_{1i} \mathbf{x}_{1i}^T}{\tau} \right] \tag{4.36}$$

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial \tau \partial \boldsymbol{\beta}_2} = \frac{\partial\left(\partial Q / \partial \tau\right)}{\partial \boldsymbol{\beta}_2} = \frac{\partial\left(\partial Q / \partial \tau\right)}{\partial \mu_{2i}} . \frac{\partial \mu_{2i}}{\partial \boldsymbol{\beta}_2}$$

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial \tau \partial \boldsymbol{\beta}_2} = \sum_{i=1}^{n}\left[\frac{\tau}{\tau^2\left(1+\tau\mu_{1i}+\tau\mu_{2i}\right)} - \frac{1}{\tau}\right]\mu_{2i}\mathbf{x}_{2i}^T$$

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial \tau \partial \boldsymbol{\beta}_2} = \sum_{i=1}^{n}\left[\frac{\mu_{2i}\mathbf{x}_{2i}^T\tau}{\tau^2\left(1+\tau\mu_{1i}+\tau\mu_{2i}\right)} - \frac{\mu_{2i}\mathbf{x}_{2i}^T}{\tau}\right] \qquad (4.37)$$

Karena hasil persamaan di atas tidak memberikan suatu persamaan yang eksplisit maka digunakan suatu metode yaitu metode *Newton-Rapshon* dengan langkah-langkah sebagai berikut :

1. Menentukan nilai taksiran awal parameter $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{(\mathbf{0})}$ dengan $\boldsymbol{\theta} = \left(\tau\ \boldsymbol{\beta}_1^{\mathbf{T}}\ \boldsymbol{\beta}_2^{\mathbf{T}}\right)^T$, iterasi pada saat $m = 0$. Nilai taksiran awal $\hat{\boldsymbol{\beta}}_{\mathbf{j}(\mathbf{0})}$ diperoleh dengan metode Ordinary Least square (OLS), yaitu:

   $\hat{\boldsymbol{\beta}}_{\mathbf{j}(\mathbf{0})} = \left(\mathbf{X}^{\mathbf{T}}\mathbf{X}\right)^{-\mathbf{1}}\left(\mathbf{X}^{\mathbf{T}}\mathbf{Y}_{\mathbf{j}}\right)$ dengan j = 1,2.
2. Membentuk vektor gradien **g**

   $$\mathbf{g}^T\left(\boldsymbol{\theta}_{(m)}\right)_{(2k+3)x1} = \left(\left(\frac{\partial Q}{\partial \tau}\right), \left(\frac{\partial Q}{\partial \boldsymbol{\beta}_1}\right)^T, \left(\frac{\partial Q}{\partial \boldsymbol{\beta}_2}\right)^T\right)^T_{\theta=\theta_{(m)}}$$
3. Membentuk matriks Hessian **H**

   $$\mathbf{H}\left(\boldsymbol{\theta}_{(m)}\right)_{(2k+3)x(2k+3)} = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 \mathrm{Q}}{\partial \tau^2} & \frac{\partial^2 \mathrm{Q}}{\partial \tau \partial \boldsymbol{\beta}_1} & \frac{\partial^2 \mathrm{Q}}{\partial \tau \partial \boldsymbol{\beta}_2} \\ & \frac{\partial^2 \mathrm{Q}}{\partial \boldsymbol{\beta}_1 \partial \boldsymbol{\beta}_1^{\mathrm{T}}} & \frac{\partial^2 \mathrm{Q}}{\partial \boldsymbol{\beta}_1 \partial \boldsymbol{\beta}_2^{\mathrm{T}}} \\ simetris & & \frac{\partial^2 \mathrm{Q}}{\partial \boldsymbol{\beta}_2 \partial \boldsymbol{\beta}_2^{\mathrm{T}}} \end{bmatrix}_{\boldsymbol{\theta}=\boldsymbol{\theta}(m)}$$
4. Memasukkan nilai ke dalam $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{(\mathbf{0})}$ elemen-elemen vektor **g** dan matriks **H**, sehingga diperoleh vektor $\mathbf{g}(\hat{\boldsymbol{\theta}}_{(\mathbf{0})})$ dan matriks $\mathbf{H}(\hat{\boldsymbol{\theta}}_{(\mathbf{0})})$.
5. Mulai dari m = 0 dilakukan iterasi pada persamaan

   $$\hat{\boldsymbol{\theta}}_{\mathbf{j}_{(m+1)}} = \hat{\boldsymbol{\theta}}_{\mathbf{j}(m)} - \mathbf{H}^{-1}\left(\hat{\boldsymbol{\theta}}_{(m)}\right)\mathbf{g}\left(\hat{\boldsymbol{\theta}}_{(m)}\right)$$

   Nilai $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{(m)}$ merupakan sekumpulan penaksir parameter yang konvergen saat iterasi ke-m.

6. Jika belum mendapatkan penaksiran parameter yang konvergen , maka dilanjutkan kembali ke langkah 5 hingga iterasi ke m = m+1. Iterasi akan berhenti apabila nilai dari $\left\|\hat{\boldsymbol{\theta}}_{(m+1)} - \hat{\boldsymbol{\theta}}_{m}\right\| \leq \varepsilon$, ε adalah bilangan yang sangat kecil.

4.2 Pengujian Parameter Regresi Binomial Negatif Bivariat

Untuk menentukan nilai statistik uji, terlebih dahulu ditentukan dua buah fungsi *likelihood* yang berhubungan dengan model regresi yang diperoleh. Fungsi-fungsi *likelihood* yang dimaksud adalah $L(\hat{\Omega})$ yaitu nilai *maximum likelihood* untuk model yang lebih lengkap dengan melibatkan variabel prediktor dan $L(\hat{\omega})$, yaitu nilai *maximum likelihood* untuk model sederhana tanpa melibatkan variabel prediktor. Salah satu metode yang dapat digunakan untuk menentukan statistik uji dalam pengujian parameter menggunakan metode *Maximum Likelihood Ratio Test* (MLRT) dinotasikan dengan :

$$\Lambda = \frac{L(\hat{\omega})}{L(\hat{\Omega})}$$

$$D(\hat{\boldsymbol{\beta}}) = -2\ln\Lambda = -2\ln\left(\frac{L(\hat{\omega})}{L(\hat{\Omega})}\right) = 2(\ln L(\hat{\Omega}) - \ln L(\hat{\omega}))$$

Hipotesis yang digunakan adalah :

$H_0 : \beta_{j1} = \beta_{j2} = ... = \beta_{jl} = 0 \,;\, j = 1, 2$

H_1 : paling sedikit ada satu $\beta_{jl} \neq 0; j = 1, 2; l = 1, 2, ..., \text{k}$

Berikut adalah $L\left(\hat{\omega}\right)$ dan $L\left(\hat{\Omega}\right)$ dari regresi binomial negatif bivariat :

$$L(\hat{\omega}) = \prod_{i=1}^{n}\left(\frac{\Gamma(\hat{\tau}^{-1} + y_{1i} + y_{2i})}{\Gamma(\hat{\tau}^{-1})\Gamma(y_{1i}+1)\Gamma(y_{2i}+1)}\hat{\mu}_{1i}^{y_{1i}}\hat{\mu}_{2i}^{y_{2i}}\hat{\tau}^{-\hat{\tau}^{-1}}(\hat{\tau}^{-1} + y_{1i} + y_{2i})^{-(\hat{\tau}^{-1}+y_{1i}+y_{2i})}\right)$$

$$\ln L(\hat{\omega}) = \sum_{i=1}^{n}\left[\sum_{k=1}^{y_{1i}+y_{2i}}\ln(y_{1i} + y_{2i} + \hat{\tau}^{-1} - k) + y_{1i}\ln\hat{\mu}_{1i} + y_{2i}\ln\hat{\mu}_{2i} - \ln\hat{\tau}/\hat{\tau} + \right.$$
$$\left. -(\hat{\tau}^{-1} + y_{1i} + y_{2i})\ln(\hat{\tau}^{-1} + \hat{\mu}_{1i} + \hat{\mu}_{2i}) - \ln(y_{1i}!) - \ln(y_{2i}!))\right]$$

dengan

$\hat{\mu}_{1i} = \exp(\hat{\beta}_{10})$ dan $\hat{\mu}_{2i} = \exp(\hat{\beta}_{20})$, dengan $\hat{\beta}_{10} = \ln\left(\overline{Y}_1\right)$ dan $\hat{\beta}_{20} = \ln\left(\overline{Y}_2\right)$

$$L(\hat{\Omega}) = \prod_{i=1}^{n} \left(\frac{\Gamma(\hat{\tau}^{-1} + y_{1i} + y_{2i})}{\Gamma(\hat{\tau}^{-1})\Gamma(y_{1i}+1)\Gamma(y_{2i}+1)} \hat{\mu}_{1i}^{y_{1i}} \hat{\mu}_{2i}^{y_{2i}} \hat{\tau}^{-\hat{\tau}^{-1}} (\hat{\tau}^{-1} + y_{1i} + y_{2i})^{-(\hat{\tau}^{-1}+y_{1i}+y_{2i})} \right)$$

$$\ln L(\hat{\Omega}) = \sum_{i=1}^{n} \left[\sum_{k=1}^{y_{1i}+y_{2i}} \ln(y_{1i} + y_{2i} + \hat{\tau}^{-1} - k) + y_{1i} \ln \hat{\mu}_{1i} + y_{2i} \ln \hat{\mu}_{2i} - \ln \hat{\tau} / \hat{\tau} + \right.$$
$$\left. -(\hat{\tau}^{-1} + y_{1i} + y_{2i}) \ln(\hat{\tau}^{-1} + \hat{\mu}_{1i} + \hat{\mu}_{2i}) - \ln(y_{1i}!) - \ln(y_{2i}!)) \right]$$

dengan

$\hat{\mu}_{1i} = \exp(\mathbf{x}_{1i}^T \hat{\boldsymbol{\beta}}_1)$ dan $\hat{\mu}_{2i} = \exp(\mathbf{x}_{2i}^T \hat{\boldsymbol{\beta}}_2)$

sehingga diperoleh

$$D\left(\hat{\boldsymbol{\beta}}\right) = 2\left[\left(\sum_{i=1}^{n} \sum_{k=1}^{y_{1i}+y_{2i}} \ln(y_{1i} + y_{2i} + \hat{\tau}^{-1} - k) + \sum_{i=1}^{n} \left(y_{1i}(\mathbf{x}_{1i}^T \hat{\boldsymbol{\beta}}_1) + y_{2i}(\mathbf{x}_{2i}^T \hat{\boldsymbol{\beta}}_2) \right) - \right.\right.$$
$$\left. \sum_{i=1}^{n} (\hat{\tau}^{-1} + y_{1i} + y_{2i}) \ln(\hat{\tau}^{-1} + \exp(\mathbf{x}_{1i}^T \hat{\boldsymbol{\beta}}_1) + \exp(\mathbf{x}_{2i}^T \hat{\boldsymbol{\beta}}_2)) - \sum_{i=1}^{n} \left(\ln(y_{1i}!) + \ln(y_{2i}!) \right) \right) -$$
$$\left(\sum_{i=1}^{n} \sum_{k=1}^{y_{1i}+y_{2i}} \ln(y_{1i} + y_{2i} + \hat{\tau}^{-1} - k) + \sum_{i=1}^{n} \left(y_{1i}(\hat{\beta}_{10}) + y_{2i}(\hat{\beta}_{20}) \right) - \right.$$
$$\left.\left. \sum_{i=1}^{n} (\hat{\tau}^{-1} + y_{1i} + y_{2i}) \ln(\hat{\tau}^{-1} + \exp(\hat{\beta}_{10}) + \exp(\hat{\beta}_{10})) - \sum_{i=1}^{n} \left(\ln(y_{1i}!) + \ln(y_{2i}!) \right) \right) \right]$$

$D\left(\hat{\boldsymbol{\beta}}\right)$ adalah devians model regresi binomial negatif bivariat dengan menggunakan pendekatan distribusi *chi-square* dengan derajat bebas *v* dan H_0 ditolak jika $D\left(\hat{\boldsymbol{\beta}}\right) > \chi^2_{(\alpha;v)}$, dengan *v* adalah derajat bebas yang diperoleh dari banyaknya parameter model di bawah populasi dikurangi banyaknya parameter di bawah H_0.

4.3 Analisis Jumlah Kasus Kematian Bayi dan Kematian Ibu di Jawa Timur

4.3.1 Statistika Deskriptif

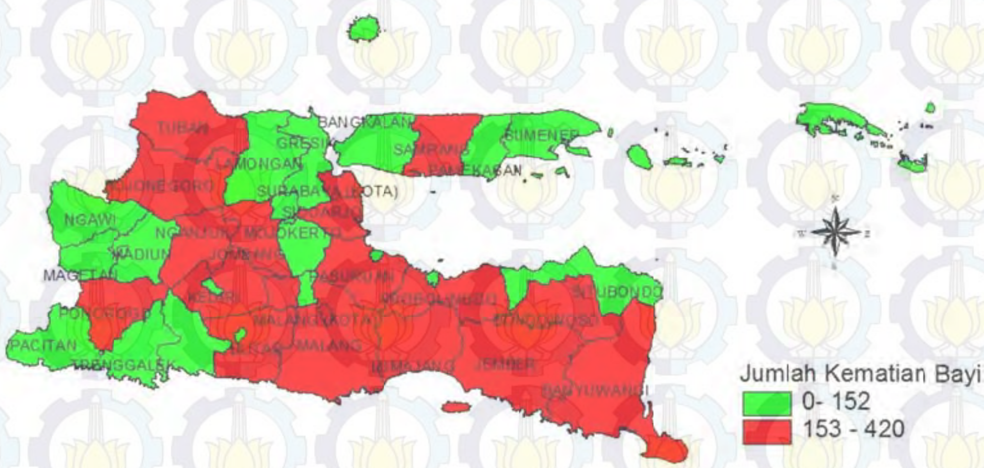
Variabel respon yang digunakan dalam penelitian ini adalah jumlah kematian bayi (Y_1) dan jumlah kematian ibu (Y_2) dan. Berikut ini disajikan Tabel 4.1 yang berisi gambaran secara deskriptif dari dua variabel respon tersebut di Provinsi Jawa Timur tahun 2013.

Tabel 4.1 Analisis Deskriptif Variabel Respon

Variable	*Mean*	StDev	Variance	Minimum	Maximum
Y_1	152,40	99,00	9.792,90	23,00	420,00
Y_2	16,89	11,23	126,20	1,00	49,00

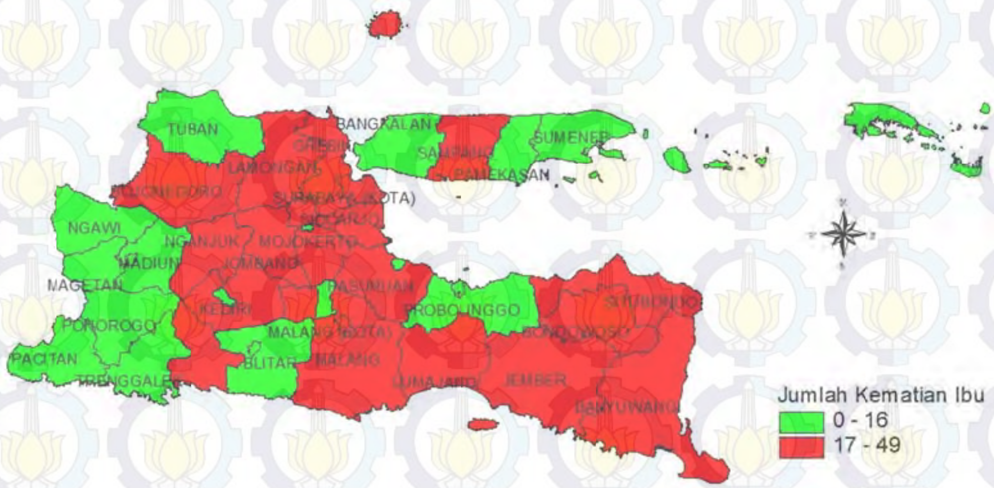
Berdasarkan Tabel 4.1 dapat diperoleh informasi bahwa pada tahun 2013 rata-rata jumlah kematian bayi di Provinsi Jawa Timur adalah mencapai 152 jumlah kematian dengan kasus kematian terbanyak berjumlah 420 kematian di Kabupaten Jember dan kasus kematian yang paling sedikit berjumlah 23 kematian di Kota Batu. Nilai varians yang diberikan cukup besar yaitu 9.792,90 artinya jumlah kematian bayi yang dimiliki antar kabupaten/kota di Jawa Timur memiliki nilai yang cukup berbeda jauh. Kasus kematian ibu di Jawa Timur memiliki rata-rata kematian sebanyak 16 kematian. Kasus kematian ibu terbanyak yaitu mencapai 49 kematian di Kota Surabaya, sedangkan kasus kematian ibu paling sedikit yaitu terjadi di Kota Blitar, Kota Mojokerto, dan Kota Batu dengan jumlah kematian ibu sebanyak 1 kematian.

Berikut ini juga disajikan gambaran persebaran kasus kematian bayi dan kematian ibu di 38 kabupaten/kota di Jawa Timur tahun 2013. Gambar 4.1 memberikan gambaran persebaran jumlah kematian bayi di Jawa Timur tahun 2013. Berdasarkan Gambar 4.1 dapat dikatakan bahwa kasus kematian bayi banyak terjadi di Kota Surabaya, Kabupaten Jember, dan Kabupaten Kediri. Sedangkan daerah yang sedikit memiliki kasus kematian bayi adalah Kota Mojokerto dan Kota Pasuruan. Dari ke-38 kabupaten/kota tersebut terdapat 13 kabupaten/kota yang memiliki jumlah kematian bayi diatas rata-rata jumlah kematian bayi di Jawa Timur.



Gambar 4.1 Peta Persebaran Jumlah Kasus Kematian Bayi di Provinsi Jawa Timur Tahun 2013

Gambaran persebaran jumlah kematian ibu di Jawa Timur tahun 2013 dapat dilihat pada Gambar 4.2. Pada Kasus jumlah kematian ibu dapat diperoleh informasi bahwa Kabupaten Jember, Kabupaten Nganjuk, Kota Surabaya, dan Kabupaten Sidoarjo merupakan kabupaten/kota di Jawa Timur yang memiliki banyak kasus kematian ibu. Sedangkan daerah yang memiliki jumlah kasus kematian ibu yang sedikit adalah Kota Mojokerto, Kota Blitar, dan Kota Batu. Dari ke-38 kabupaten/kota di Jawa Timur tersebut terdapat 18 kabupaten/kota yang memiliki jumlah kematian ibu diatas rata-rata jumlah kematian ibu di Jawa Timur.



Gambar 4.2 Peta Persebaran Jumlah Kasus Kematian Ibu di Provinsi Jawa Timur Tahun 2013

Variabel prediktor yang diduga berpengaruh terhadap variabel respon kematian bayi dan kematian ibu adalah persentase persalinan oleh tenaga kesehatan (X_1), persentase ibu hamil mendapatkan tablet Fe3 (X_2), persentase komplikasi kebidanan ditangani (X_3), persentase wanita kawin dengan umur perkawinan pertama dibawah usia 18 tahun (X_4), persentase wanita kawin dengan tingkat pendidikan SD kebawah (X_5), persentase tenaga kesehatan (X_6), persentase rumah tangga ber-PHBS (X_7), persentase ibu hamil melaksanakan program K4 (X_8).

Tabel 4.2 Analisis Deskriptif Vartiabel Prediktor

Variable	*Mean*	StDev	Variance	Minimum	Maximum
X_1	91,88	4,96	24,65	81,53	100,00
X_2	84,76	6,74	45,37	67,60	99,14
X_3	86,60	10,90	118,73	60,81	100,00
X_4	15,09	6,32	39,97	5,22	29,18
X_5	12,24	3,85	14,85	3,73	19,56
X_6	0,27	0,53	0,28	0,06	3,12
X_7	45,34	14,52	210,75	17,14	67,32
X_8	87,57	7,20	51,86	69,78	100,00

Berdasarkan Tabel 4.2 dapat dilihat bahwa pada tahun 2013 di Provinsi Jawa Timur, rata-rata persentase persalinan oleh tenaga kesehatan sebesar 91,88% dimana Kota Kediri memiliki persentase tertinggi dan dan Kota Blitar memiliki persentase terendah. Rata-rata persentase ibu hamil mendapatkan tablet Fe3 sebesar 84,76% dimana Kota Malang memiliki persentase tertinggi dan Kota Pasuruan memiliki persentase terendah. Untuk rata-rata persentase komplikasi kebidanan ditangani sebesar 86,60% dengan Kabupaten Lumajang, Kabupaten Bondowoso, Kabupaten Probolinggo, Kabupaten Bojonegoro, dan Kota Madiun menduduki persentase tertinggi dan Kabupaten Bangkalan memiliki persentase terendah. Rata-rata persentase wanita kawin dengan umur perkawinan pertama dibawah usia 18 tahun sebesar 15,09% dimana Kabupaten Bondowoso menduduki persentase tertinggi sedangkan Kota Kediri memiliki persentase terendah. Rata-rata persentase wanita kawin dengan tingkat pendidikan SD kebawah sebesar 12,24% dan memiliki persentase tertinggi Kabupaten Bondowoso dan persentase terendah di Kota Madiun. Rata-rata persentase tenaga kesehatan sebesar 0,27% dan memiliki persentase tertinggi Kota Madiun dan persentase terendah di Kabupaten Bangkalan. Rata-rata persentase rumah tangga ber-PHBS sebesar 45,34% dan memiliki persentase tertinggi Kota Surabaya dan persentase terendah di Kabupaten Situbondo. Rata-rata persentase ibu hamil melaksanakan program K4 sebesar 87,57% dan memiliki persentase tertinggi Kota Kediri dan persentase terendah di Kabupaten Jember.

4.3.2 Pemeriksaan Korelasi dan Multikolinearitas

Pemeriksaan korelasi variabel respon digunakan untuk menunjukkan apakah variabel respon jumlah kematian bayi dan jumlah kematian ibu yang digunakan saling berhubungan erat sehingga nantinya dapat dilakukan analisis regresi bivariat. Untuk melihat korelasi antar variabel respon dapat dilihat dari derajat keeratan hubungan antar variabel respon. Dengan melakukan pengujian hipotesis sebagai berikut:

H_0 : Tidak ada hubungan antara Y_1 dan Y_2

H_1 : Terdapat hubungan antara Y_1 dan Y_2

Berdasarkan nilai *p-value* sebesar 0,000 < $\alpha = 0,05$ dapat disimpulkan bahwa tolak H_0, selain itu berdasarkan nilai $t_{hit} = 6,601 > t_{(0,025;36)} = 2,0438$ juga dinyatakan tolak. Sehingga dapat disimpulkan bahwa tolak H_0 yang artinya terdapat hubungan yang signifikan antara jumlah kematian bayi dan jumlah kematian ibu.

Tabel 4.3 Koefisien Korelasi Variabel Respon

Korelasi	Jumlah kematian bayi (Y_1)	Jumlah kematian ibu (Y_2)
Jumlah kematian bayi (Y_1)	1	
Jumlah kematian ibu (Y_2)	0,740	1

Berdasarkan Tabel 4.3 dapat dilihat bahwa nilai korelasi antara variabel jumlah kematian bayi dan jumlah kematian ibu adalah bernilai 0,740, hal ini menunjukkan bahwa terdapat hubungan yang erat antara jumlah kematian ibu dan jumlah kematian bayi.

Langkah awal sebelum pembentukan model regresi binomial negatif bivariat adalah dengan pengecekan kolinieritas variabel prediktor. Langkah ini dilakukan karena dalam pemodelan regresi variabel prediktor tidak boleh saling berkorelasi antara satu dengan yang lainnya. Apabila variabel prediktor saling berkorelasi berarti berarti dalam kasus tersebut terjadi multikolinieritas. Hocking (1996) telah menyebutkan dua cara untuk mengetahui apakah terjadi multikolinieritas pada variabel prediktor. Cara pertama adalah dengan melihat koefisien korelasi antar variabel prediktor, apabila nilai tersebut melebihi ± 0,95 maka dikatakan terjadi multikolinieritas. Tabel 4.4 menunjukkan bahwa tidak ada koefisien korelasi antar variabel prediktor yang melebihi angka ± 0,95 sehingga dapat disimpulkan bahwa tidak terdapat korelasi antar variabel prediktor. Namun untuk melihat multikolinearitas yang lebih valid menggunakan kriteria VIF.

Tabel 4.4 Koefisien Korelasi Antar Variabel Prediktor

Korelasi	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7
X_2	0,385						
X_3	-0,037	0,043					
X_4	-0,284	-0,186	0,050				
X_5	-0,245	-0,188	-0,004	0,850			
X_6	0,109	0,151	0,243	-0,380	-0,556		
X_7	0,343	0,254	-0,084	-0,455	-0,368	0,198	
X_8	0,867	0,475	-0,129	-0,463	-0,415	0,146	0,364

Kriteria yang kedua menggunakan *Variance Inflation Factors* (VIF) untuk memeriksa kolinearitas pada variabel prediktor. Berikut adalah nilai *Variance Inflation Factors* (VIF) pada masing-masing variabel prediktor :

Tabel 4.5 Nilai VIF Variabel Prediktor

Variabel	Nilai VIF
X_1	4,696
X_2	1,364
X_3	1,155
X_4	4,316
X_5	4,788
X_6	1,672
X_7	1,393
X_8	6,035

Dari Tabel 4.5 ditunjukkan nilai VIF dari masing-masing variabel prediktor. Dengan nilai R_j^2 sama dengan 0,8 sehingga VIF bernilai 5,0 sehingga dapat disimpulkan bahwa ada multikolinearitas antar variabel prediktor.

4.3.3 Pemodelan Regresi Binomial Negatif Bivariat

Regresi Binomial Negatif Bivariat adalah suatu metode untuk menangani masalah *overdispersion*. Pada kasus kematian bayi dan kematian ibu ini pendeteksian *overdispersion* dapat dilihat dari nilai *mean* dan varian pada Tabel 4.1 dimana nilai varian lebih besar dari nilai *mean*. Deteksi lain dapat dilihat dari nilai devians dibagi dengan db (derajat bebas) pada Regresi Poisson Bivariat sebesar 111,947. Nilai tersebut lebih besar dari 1 yang dinyatakan bahwa terjadi *overdispersion*.

Pengujian parameter secara serentak, hipotesis yang digunakan adalah sebagai berikut :

$H_0 : \beta_{j1} = \beta_{j2} = ... = \beta_{j8} = 0$; $j = 1, 2$

H_1 : paling sedikit ada satu $\beta_{jl} \neq 0; j = 1, 2; l = 1, 2, ..., 8$

diperoleh nilai $D(\hat{\boldsymbol{\beta}})$ sebesar 5.409,542 dengan tingkat signifikansi sebesar 5% yang menghasilkan $\chi^2_{(0,05;17)}$ = 27,587 karena nilai $D(\hat{\boldsymbol{\beta}})$ lebih besar dari nilai χ^2 maka tolak H_0 yang artinya minimal ada satu variabel yang berpengaruh terhadap variabel respon. Selanjutnya akan dilakukan pengujian parameter secara parsial.

Tabel 4.6 Penaksiran Parameter Model Regresi Binomial Negatif Bivariat pada Kematian Bayi dan Kematian Ibu di Provinsi Jawa Timur Tahun 2013

Parameter	kematian bayi (μ_1)			kematian ibu (μ_2)		
	Taksiran	SE	Z Hitung	Taksiran	SE	Z Hitung
β_0	3,450	1,804	1,913	-0,942	2,085	-0,452
β_1	0,052	0,033	1,569	0,023	0,037	0,613
β_2	0,046	0,014	3,367*	0,054	0,017	3,191*
β_3	-0,001	0,008	-0,168	0,002	0,009	0,290
β_4	0,005	0,025	0,184	0,026	0,028	0,920
β_5	-0,014	0,043	-0,326	-0,013	0,049	-0,257
β_6	-0,862	0,198	-4,357*	-1,010	0,300	-3,370*
β_7	0,009	0,006	1,438	0,016	0,007	2,347*
β_8	-0,082	0,026	-3,116*	-0,045	0,030	-1,483

*) Signifikan dengan taraf signifikansi 5%

Berdasarkan nilai dari Tabel 4.6 dengan tingkat signifikansi sebesar 5% bahwa ada tiga variabel prediktor yang memiliki nilai Z hitung yang lebih besar daripada Z tabel ($\alpha/2$ = ±1,96) pada masing-masing model persamaan kematian bayi dan kematian ibu. Variabel yang berpengaruh signifikan terhadap jumlah kematian bayi adalah persentase ibu hamil mendapatkan tablet Fe3 (X_2), persentase tenaga kesehatan (X_6), dan persentase ibu hamil melaksanakan program K4 (X_8). Sedangkan variabel yang berpengaruh signifikan terhadap jumlah kematian ibu adalah persentase ibu hamil mendapatkan tablet Fe3 (X_2), persentase tenaga kesehatan (X_6), dan persentase rumah tangga ber-PHBS (X_7).

Sehingga dari hasil semua penaksiran parameter di peroleh model sebagai berikut :

$$\hat{\mu}_1 = \exp\left(3,450 + 0,052X_1 + 0,046X_2 - 0,001X_3 + 0,005X_4 - 0,014X_5 + \right.$$
$$\left. -0,862X_6 + 0,009X_7 - 0,082X_8\right)$$
$$\hat{\mu}_2 = \exp\left(-0,942 + 0,023X_1 + 0,054X_2 + 0,002X_3 + 0,026X_4 - 0,013X_5 + \right.$$
$$\left. -1,010X_6 + 0,016X_7 - 0,045X_8\right)$$

Pada kasus kematian bayi, setiap penambahan 1% jumlah persalinan oleh tenaga kesehatan maka akan melipatgandakan rata-rata jumlah kasus kematian bayi sebesar exp(0,052)= 1,053 kali dari rata-rata jumlah kematian bayi semula jika variabel lain tidak dilibatkan dalam model. Setiap penambahan 1% jumlah ibu hamil mendapatkan tablet Fe3 maka akan melipatgandakan rata-rata jumlah kematian bayi sebesar exp(0,046)= 1,047 kali dari rata-rata jumlah kematian bayi semula jika variabel lain tidak dilibatkan dalam model. Setiap penambahan 1% jumlah komplikasi kebidanan ditangani maka akan melipatgandakan rata-rata jumlah kematian bayi sebesar exp(-0,001)= 0,999 kali dari rata-rata jumlah kematian bayi semula jika variabel lain tidak dilibatkan dalam model. Setiap penambahan 1% jumlah wanita kawin dengan umur perkawinan pertama dibawah usia 18 tahun maka akan melipatgandakan rata-rata jumlah kematian bayi sebesar exp(0,005)= 1,005 kali dari rata-rata jumlah kematian bayi semula jika variabel lain tidak dilibatkan dalam model. Setiap penambahan 1% jumlah wanita kawin dengan tingkat pendidikan SD kebawah maka akan melipatgandakan rata-rata jumlah kematian bayi sebesar exp(-0,014)= 0,986 kali dari rata-rata jumlah kematian bayi semula jika variabel lain tidak dilibatkan dalam model. Setiap penambahan 1% jumlah tenaga kesehatan maka akan melipatgandakan rata-rata jumlah kematian bayi sebesar exp(-0,862)= 0,422 kali dari rata-rata jumlah kematian bayi semula jika variabel lain tidak dilibatkan dalam model. Setiap penambahan 1% jumlah rumah tangga ber-PHBS maka akan melipatgandakan rata-rata jumlah kematian bayi sebesar exp(0,009)= 1,009 kali dari rata-rata jumlah kematian bayi semula jika variabel lain tidak dilibatkan dalam model. Setiap penambahan 1% jumlah ibu hamil melaksanakan program K4 maka akan melipatgandakan rata-rata jumlah kematian bayi sebesar exp(-0,082)= 0,921 kali dari rata-rata jumlah kematian bayi semula jika variabel lain tidak dilibatkan dalam model.

Pada kasus kematian ibu, setiap penambahan 1% jumlah persalinan oleh tenaga kesehatan maka akan melipatgandakan rata-rata jumlah kasus kematian ibu sebesar exp(0,023)= 1,023 kali dari rata-rata jumlah kematian ibu semula jika variabel lain tidak dilibatkan dalam model. Setiap penambahan 1% jumlah ibu hamil mendapatkan tablet Fe3 maka akan melipatgandakan rata-rata jumlah kematian ibu sebesar exp(0,054)= 1,055 kali dari rata-rata jumlah kematian ibu semula jika variabel lain tidak dilibatkan dalam model. Setiap penambahan 1% jumlah komplikasi kebidanan ditangani maka akan melipatgandakan rata-rata jumlah kematian ibu sebesar exp(0,002)= 1,002 kali dari rata-rata jumlah kematian ibu semula jika variabel lain tidak dilibatkan dalam model. Setiap penambahan 1% jumlah wanita kawin dengan umur perkawinan pertama dibawah usia 18 tahun maka akan melipatgandakan rata-rata jumlah kematian ibu sebesar exp(0,026)= 1,026 kali dari rata-rata jumlah kematian ibu semula jika variabel lain tidak dilibatkan dalam model. Setiap penambahan 1% jumlah wanita kawin dengan tingkat pendidikan SD kebawah maka akan melipatgandakan rata-rata jumlah kematian ibu sebesar exp(-0,013)= 0,987 kali dari rata-rata jumlah kematian ibu semula jika variabel lain tidak dilibatkan dalam model. Setiap penambahan 1% jumlah tenaga kesehatan maka akan melipatgandakan rata-rata jumlah kematian ibu sebesar exp(-1,010)= 0,364 kali dari rata-rata jumlah kematian bayi semula jika variabel lain tidak dilibatkan dalam model. Setiap penambahan 1% jumlah rumah tangga ber-PHBS maka akan melipatgandakan rata-rata jumlah kematian ibu sebesar exp(0,016)= 1,016 kali dari rata-rata jumlah kematian ibu semula jika variabel lain tidak dilibatkan dalam model. Setiap penambahan 1% jumlah ibu hamil melaksanakan program K4 maka akan melipatgandakan rata-rata jumlah kematian ibu sebesar exp(-0,045)= 0,956 kali dari rata-rata jumlah kematian ibu semula jika variabel lain tidak dilibatkan dalam model.

Dampak yang sangat serius dari adanya multikolinearitas adalah dapat merubah tanda dari koefisien regresi (Setiawan dan Kusrini, 2010). Koefisien regresi yang berubah tanda karena dampak multikolinearitas adalah persentase persalinan oleh tenaga kesehatan (X_1), persentase ibu hamil mendapatkan tablet Fe3 (X_2), dan persentase rumah tangga ber-PHBS (X_7) yang seharusnya bertanda negatif berubah menjadi positif.

Pengujian parameter dispersi menggunakan statistik *Score Test* untuk menguji overdispersi atau independensi pada model regresi binomial negatif bivariat.

Tabel 4.7 Pengujian Parameter Dispersi dengan *Score Test*

Parameter	Penaksiran	T
τ	0,2086	157,6088

Hipotesis untuk parameter dispersi

H_0 : $\tau = 0$

H_1 : $\tau > 0$

diperoleh nilai T sebesar 157,6088 dengan tingkat signifikansi sebesar 5% yang menghasilkan $\chi^2_{(0,05;1)} = 3,841$ karena nilai T lebih besar dari χ^2 maka tolak H_0 sehingga dapat disimpulkan bawah terjadi fenomena overdispersi pada kematian bayi dan kematian ibu di Jawa Timur pada tahun 2013 saling berhubungan.

Hasil pemodelan jumlah kematian bayi dan jumlah kematian ibu dengan regresi binomial negatif bivariat diperoleh nilai *respon residuals* yang kecil untuk setiap kabupaten/kota (Lampiran 9), sehingga model yang terbentuk merupakan model yang baik.

(Halaman ini sengaja dikosongkan)

BAB 5

KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan

Kesimpulan yang dapat diambil dari penelitian ini adalah :

1. Berdasarkan hasil yang telah diperoleh, penaksiran parameter model regresi binomial negatif bivariat menggunakan metode *maximum likelihood* (ML). Hasil yang diperoleh dari penaksiran parameter tersebut tidak *close form* sehingga perlu dilakukan dengan metode iterasi *Newton-Raphson*. Pada pengujian hipotesisnya menggunakan metode *Maximum Likelihood Rasio Test* (MLRT) dengan membandingkan nilai antara *likelihood* di bawah H_0 dan *likelihood* dibawah populasi. Pengujian hipotesis sendiri dilakukan dengan 2 bagian yaitu secara serentak dan secara parsial.
2. Model regresi binomial negatif bivariat pada model kematian bayi tiga variabel prediktor berpengaruh signifikan terhadap variabel respon yang meliputi ibu hamil mendapatkan tablet Fe3 (X_2), tenaga kesehatan (X6), ibu hamil melaksanakan program K4 (X_8). Pada model kematian ibu variabel ibu hamil mendapatkan tablet Fe3 (X_2), tenaga kesehatan (X_6), dan rumah tangga ber-PHBS (X_7) memiliki pengaruh yang signifikan terhadap variabel respon.

5.2 Saran

Berdasarkan penelitian ini, saran yang bisa diberikan kepada Pemerintah Daerah Provinsi Jawa Timur adalah meningkatkan pemberian tablet besi Fe3 pada ibu hamil, menambah jumlah tenaga kesehatan, meningkatkan program K4 untuk ibu hamil, dan meningkatkan pemantauan rumah tangga ber-PHBS untuk mengurangi jumlah kematian bayi dan ibu guna memperbaiki kualitas kesehatan di Propinsi Jawa Timur.

Saran pada metode penelitiannya dapat dilakukan perbandingan metode binomial negatif bivariat dengan metode lain yang juga digunakan untuk mengatasi masalah overdispersi pada regresi poisson bivariat seperti *Diagonal Inflated Bivariate Poisson Regression* dan *Generalized Bivariate Poisson Regression.* Selain itu juga bisa digunakan pemodelan dengan efek spasial dari tiap-tiap Kabupaten/Kota di Jawa Timur seperti metode *Geographically Weighted Bivariate Negative Binomial Regression* (GWBNBR).

Lampiran 1. Data Jumlah Kasus Kematian Bayi dan Jumlah Kasus Kematin Ibu Serta Faktor- Faktor Yang Diduga Mempengaruhi di Jawa Timur Tahun 2013

Kabupaten / Kota	Y_1	Y_2	X_1	X_2	X_3
1.Pacitan	79	10	87,6	81,92	96,81
2.Ponorogo	170	12	87,77	84,45	91,73
3. Trenggalek	70	10	93,5	83,63	94,21
4. Tulungagung	124	17	89,03	84,71	68,45
5. Blitar	251	16	86,52	82,02	65,14
6. Kediri	227	34	91,78	88,73	84,61
7. Malang	193	39	99,99	90,52	80,18
8. Lumajang	237	23	98,98	88,44	100
9. Jember	420	36	82,92	77,94	81,57
10. Banyuwangi	191	33	89,34	84,64	82,06
11. Bondowoso	187	22	91,39	85,57	100
12. Situbondo	136	17	81,63	76	87,28
13. Probolinggo	201	12	87,11	78,92	100
14. Pasuruan	206	28	89,99	85,73	86,51
15. Sidoarjo	316	26	100	85,07	68,4
16. Mojokerto	129	22	87,99	76,36	89,7
17. Jombang	277	18	88,19	85,79	95,11
18. Nganjuk	365	24	87,82	77,69	92,68
19. Madiun	97	11	90,46	88,77	76,38
20. Magetan	100	8	91,87	90,2	90,29
21. Ngawi	85	12	92,95	90,58	94,69
22.Bojonegoro	219	20	97,35	87,04	100
23. Tuban	171	12	93,45	90,02	80,38
24. Lamongan	91	17	96,84	85,26	91,31
25. Gresik	97	22	89,39	81,67	98,07
26. Bangkalan	123	11	97,63	77,6	60,81
27. Sampang	216	19	92,35	80,76	89,7
28. Pamekasan	69	13	88,5	87,54	72,63
29. Sumenep	57	9	91,85	82,98	70,16
30. Kota Kediri	28	4	100	79,13	83,89
31. Kota Blitar	25	1	81,53	71,72	96,22
32. Kota Malang	209	20	92,25	99,14	89,41
33. Kota Probolinggo	72	8	92,69	90,64	78,53
34. Kota Pasuruan	26	2	97,63	67,6	94,4
35. Kota Mojokerto	33	1	93,16	85,8	81,14
36. Kota Madiun	24	3	98,33	97,73	100
37, Kota Surabaya	249	49	96,03	98,23	98,73
38. Kota Batu	23	1	95,54	90,22	79,67

Lampiran 1. Lanjutan

Kabupaten / Kota	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8
1. Pacitan	11,21	16,74	0,12	55,82	82,00
2. Ponorogo	11,83	11,84	0,18	34,61	86,93
3. Trenggalek	16,20	15,43	0,12	28,02	84,81
4. Tulungagung	13,85	12,94	0,11	36,90	86,68
5. Blitar	13,30	13,20	0,10	43,05	82,60
6. Kediri	11,35	11,37	0,15	53,06	91,01
7. Malang	16,25	14,57	0,09	56,25	95,25
8. Lumajang	21,19	16,27	0,16	38,36	89,32
9. Jember	22,83	15,94	0,11	63,92	69,78
10. Banyuwangi	17,76	13,56	0,08	40,98	82,58
11. Bondowoso	29,18	19,56	0,15	19,07	86,92
12. Situbondo	28,00	15,76	0,18	17,14	76,99
13. Probolinggo	25,70	17,41	0,11	22,90	78,52
14. Pasuruan	17,62	15,79	0,17	41,98	85,86
15. Sidoarjo	5,84	6,04	0,22	59,81	97,39
16. Mojokerto	13,57	11,03	0,14	45,18	81,16
17. Jombang	12,86	10,00	0,14	51,42	85,79
18. Nganjuk	13,66	13,26	0,09	35,78	78,98
19. Madiun	13,28	12,51	0,15	46,05	88,82
20. Magetan	14,28	13,05	0,14	59,34	90,39
21. Ngawi	15,10	13,91	0,15	40,51	90,58
22.Bojonegoro	21,39	16,07	0,13	55,49	87,59
23. Tuban	18,69	14,94	0,11	58,84	89,61
24. Lamongan	18,87	10,30	0,12	59,27	95,40
25. Gresik	11,44	9,73	0,07	66,54	82,56
26. Bangkalan	15,16	14,25	0,06	56,69	93,20
27. Sampang	22,92	14,29	0,07	23,98	79,98
28. Pamekasan	20,42	14,42	0,10	21,13	87,93
29. Sumenep	25,17	16,50	0,13	55,00	86,84
30. Kota Kediri	5,22	7,75	0,45	52,49	100,00
31. Kota Blitar	8,30	5,35	1,50	38,65	71,42
32. Kota Malang	7,71	6,57	0,15	37,09	90,32
33. Kota Probolinggo	11,46	8,93	0,23	57,46	93,30
34. Kota Pasuruan	9,25	9,12	0,34	39,65	98,88
35. Kota Mojokerto	6,10	6,03	0,69	55,16	92,23
36. Kota Madiun	6,23	3,74	3,12	65,48	97,73
37. Kota Surabaya	7,05	7,46	0,21	67,32	98,11
38. Kota Batu	13,01	9,54	0,25	22,42	90,22

Lampiran 2. Statistika Deskriptif

Descriptive Statistics: Y_1, Y_2, X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6, X_7, X_8

Variable	Mean	StDev	Variance	Minimum	Maximum
Y1	152,4	99,0	9792,9	23,0	420,0
Y2	16,89	11,23	126,20	1,00	49,00
X1	91,878	4,965	24,655	81,530	100,000
X2	84,76	6,74	45,37	67,60	99,14
X3	86,60	10,90	118,73	60,81	100,00
X4	15,09	6,32	39,97	5,22	29,18
X5	12,242	3,853	14,849	3,735	19,565
X6	0,2792	0,5327	0,2838	0,0596	3,1218
X7	45,34	14,52	210,75	17,14	67,32
X8	87,57	7,20	51,86	69,78	100,00

Lampiran 3. Nilai Korelasi Antar Variabel

Correlations: Y_1, Y_2

```
Pearson correlation of Y1 and Y2 = 0,740
P-Value = 0,000
```

Correlations: X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6, X_7, X_8

```
        X1      X2      X3      X4      X5      X6
X7
X2   0,385
     0,017

X3  -0,037   0,043
     0,824   0,798

X4  -0,284  -0,186   0,050
     0,084   0,262   0,767

X5  -0,245  -0,188  -0,004   0,850
     0,139   0,260   0,983   0,000

X6   0,109   0,151   0,243  -0,380  -0,556
     0,513   0,367   0,142   0,019   0,000

X7   0,343   0,254  -0,084  -0,455  -0,368   0,198
     0,035   0,123   0,615   0,004   0,023   0,234

X8   0,867   0,475  -0,129  -0,463  -0,415   0,146
0,364
     0,000   0,003   0,439   0,003   0,010   0,382
0,025


Cell Contents: Pearson correlation
               P-Value
```

Lampiran 4. Uji Multikolinearitas (Nilai VIF)

Regression Analysis: Y_1 versus X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6, X_7, X_8

```
The regression equation is
Y1 = 47 + 8,18 X1 + 4,00 X2 + 0,11 X3 + 1,05 X4 - 3,40
X5 - 77,8 X6 + 1,57 X7 - 11,6 X8


Predictor      Coef  SE Coef      T      P    VIF
Constant       47,2    347,3   0,14  0,893
X1            8,182    6,454   1,27  0,215  4,696
X2            4,004    2,564   1,56  0,129  1,364
X3            0,107    1,459   0,07  0,942  1,155
X4            1,052    4,859   0,22  0,830  4,316
X5           -3,402    8,397  -0,41  0,688  4,788
X6           -77,75    35,89  -2,17  0,039  1,672
X7            1,568    1,202   1,30  0,202  1,393
X8          -11,633    5,044  -2,31  0,028  6,035


S = 89,9537   R-Sq = 35,2%   R-Sq(adj) = 17,4%
```

Lampiran 5. Program R Pada Regresi Poisson Bivariat

```
library(bivpois)
datatesis <-
read.csv("E://datatesis.csv",sep=",",header=TRUE)
> y1= datatesis [,1]
> y2= datatesis [,2]
> x1= datatesis [,3]
> x2= datatesis [,4]
> x3= datatesis [,5]
> x4= datatesis [,6]
> x5= datatesis [,7]
> x6= datatesis [,8]
> x7= datatesis [,9]
> x8= datatesis [,10]
model<- lm.bp(y1~x1+x2+x3+x4+x5+x6+x7+x8,
 y2~x1+x2+x3+x4+x5+x6+x7+x8,data=dataku)
model$coef
model$loglikelihood
```

Lampiran 6. Hasil Program R Pada Regresi Poisson Bivariat

```
> model,
Call:
model<-
lm.bp(y1~x1+x2+x3+x4+x5+x6+x7+x8,y2~x1+x2+x3+x4+x5+x6+x
7+x8,data=dataku)
> model$parameters
[1] 19
> model$loglikelihood
  [1] -29805.4061  -1000.2149   -993.7672   -987.7957
-983.6771   -980.1597
  [7]   -976.8117   -973.8218   -971.3497   -969.3875
-967.8141   -966.4875
 [13]   -965.2992   -964.1842   -963.1119   -962.0740
-961.0749   -960.1244
 [19]   -959.2326   -958.4061   -957.6479   -956.9579
-956.3340   -955.7731
 [25]   -955.2712   -954.8241   -954.4274   -954.0763
-953.7666   -953.4937
 [31]   -953.2539   -953.0432   -952.8583   -952.6962
-952.5542   -952.4297
 [37]   -952.3208   -952.2254   -952.1419   -952.0687
-952.0048   -951.9487
 [43]   -951.8997   -951.8568   -951.8192   -951.7863
-951.7575   -951.7323
 [49]   -951.7102   -951.6909   -951.6739   -951.6591
-951.6461   -951.6347
 [55]   -951.6247   -951.6160   -951.6083   -951.6016
-951.5957   -951.5906
 [61]   -951.5860   -951.5821   -951.5786   -951.5755
-951.5729   -951.5705
 [67]   -951.5685   -951.5667   -951.5651   -951.5637
-951.5625   -951.5614
 [73]   -951.5605   -951.5596   -951.5589   -951.5583
-951.5577   -951.5572
 [79]   -951.5568   -951.5564   -951.5561   -951.5558
-951.5556   -951.5553
 [85]   -951.5552   -951.5550   -951.5548   -951.5547
-951.5546   -951.5545
 [91]   -951.5544   -951.5543   -951.5542   -951.5542
-951.5541   -951.5541
 [97]   -951.5540   -951.5540   -951.5540   -951.5539
-951.5539   -951.5539
[103]   -951.5539   -951.5539   -951.5539   -951.5538
-951.5538   -951.5538
[109]   -951.5538
```

Lampiran 7. Program R Pada Regresi Binomial Negatif Bivariat

```
> library(COUNT)
> datatesis <-
read.csv("E://datatesis.csv",sep=",",header=TRUE)
> y1= datatesis [,1]
> y2= datatesis [,2]
> x1= datatesis [,3]
> x2= datatesis [,4]
> x3= datatesis [,5]
> x4= datatesis [,6]
> x5= datatesis [,7]
> x6= datatesis [,8]
> x7= datatesis [,9]
> x8= datatesis [,10]
>
x1=cbind(1,varx1,varx2,varx3,varx4,varx5,varx6,varx7,va
rx8)
>
x2=cbind(1,varx1,varx2,varx3,varx4,varx5,varx6,varx7,va
rx8)
> source("C:\\source\\binegbin.R")
```

Lampiran 8. Hasil Program R Pada Regresi Binomial Negatif Bivariat

```
> Parameters Estimate
        Parameters  Std. Errors      Z
              [,1]         [,2]       [,3]
       3.450343221 1.803612095  1.9130185
varx1  0.052226551 0.033288082  1.5689264
varx2  0.045704908 0.013575443  3.3667343
varx3 -0.001267909 0.007549148 -0.1679539
varx4  0.004622013 0.025111136  0.1840623
varx5 -0.014163899 0.043382071 -0.3264920
varx6 -0.861746285 0.197773771 -4.3572324
varx7  0.008902877 0.006192626  1.4376576
varx8 -0.081773204 0.026240388 -3.1163108
      -0.941929054 2.085203944 -0.4517203
       0.022913782 0.037373937  0.6130952
       0.053947210 0.016907287  3.1907668
       0.002480628 0.008541211  0.2904305
       0.025864711 0.028112201  0.9200528
      -0.012511259 0.048763304 -0.2565712
      -1.009854152 0.299645777 -3.3701598
       0.016089991 0.006856373  2.3467206
      -0.045094946 0.030416827 -1.4825657
LogLikelihood
[1] -2704.771
Estimate of Dispersion Parameter
[1] 0.2086139
Score test
[1] 157.6088
```

Lampiran 8. *Response Residuals* model Regresi Binomial Negatif Bivariat

Kabupaten / Kota	$y_{1.i}$	$\hat{\mu}_{1.i}$	$y_{2.i}$	$\hat{\mu}_{2.i}$	$\left(y_{1.i}-\hat{\mu}_{1.i}\right)$	$\left(y_{2.i}-\hat{\mu}_{2.i}\right)$
1. Pacitan	4,37	5,16	2,30	2,89	-0,79	-0,58
2. Ponorogo	5,14	4,71	2,48	2,47	0,43	0,02
3. Trenggalek	4,25	5,11	2,30	2,68	-0,86	-0,38
4. Tulungagung	4,82	4,91	2,83	2,60	-0,09	0,23
5. Blitar	5,53	5,05	2,77	2,67	0,47	0,10
6. Kediri	5,42	4,98	3,53	2,91	0,44	0,62
7. Malang	5,26	5,21	3,66	3,19	0,05	0,47
8. Lumajang	5,47	5,30	3,14	3,12	0,17	0,02
9. Jember	6,04	5,89	3,58	3,53	0,15	0,06
10. Banyuwangi	5,25	5,32	3,50	3,02	-0,06	0,48
11. Bondowoso	5,23	4,80	3,09	2,76	0,44	0,33
12. Situbondo	4,91	4,68	2,83	2,39	0,23	0,44
13. Probolinggo	5,30	5,04	2,48	2,72	0,26	-0,24
14. Pasuruan	5,33	5,02	3,33	2,85	0,30	0,48
15. Sidoarjo	5,76	4,80	3,26	2,53	0,96	0,73
16. Mojokerto	4,86	4,97	3,09	2,55	-0,11	0,54
17. Jombang	5,62	5,09	2,89	2,96	0,53	-0,07
18. Nganjuk	5,90	5,13	3,18	2,60	0,77	0,58
19. Madiun	4,57	5,04	2,40	2,88	-0,46	-0,48
20. Magetan	4,61	5,15	2,08	3,19	-0,55	-1,11
21. Ngawi	4,44	5,02	2,48	2,94	-0,58	-0,46
22.Bojonegoro	5,39	5,48	3,00	3,40	-0,09	-0,40
23. Tuban	5,14	5,32	2,48	3,34	-0,17	-0,86
24. Lamongan	4,51	4,85	2,83	2,99	-0,34	-0,16
25. Gresik	4,57	5,42	3,09	3,20	-0,85	-0,11
26. Bangkalan	4,81	4,72	2,40	2,50	0,09	-0,10
27. Sampang	5,38	5,37	2,94	2,88	0,01	0,07
28. Pamekasan	4,23	4,78	2,56	2,61	-0,55	-0,04
29. Sumenep	4,04	5,11	2,20	3,10	-1,07	-0,90
30. Kota Kediri	3,33	4,00	1,39	1,75	-0,67	-0,36
31. Kota Blitar	3,22	4,04	0,00	1,07	-0,82	-1,07
32. Kota Malang	5,34	5,44	3,00	3,23	-0,10	-0,23
33. Kota Probolinggo	4,28	4,94	2,08	2,93	-0,66	-0,85
34. Kota Pasuruan	3,26	3,41	0,69	1,14	-0,15	-0,44
35. Kota Mojokerto	3,50	4,43	0,00	2,14	-0,93	-2,14
36. Kota Madiun	3,18	2,80	1,10	0,44	0,38	0,66
37. Kota Surabaya	5,52	5,16	3,89	3,34	0,36	0,55
38. Kota Batu	3,14	5,00	0,00	2,57	-1,86	-2,57

DAFTAR LAMPIRAN

Halaman